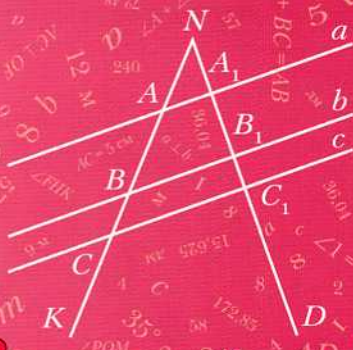




А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
Е.М. Рабинович
М.С. Якир

8

класс



вентана
граф

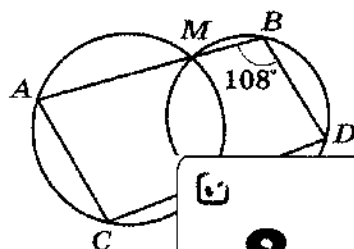
Геометрия

Дидактические
материалы



Геометрия

Дидактические материалы



8 класс



Пособие для учащихся
общеобразовательных организаций



Москва
Издательский центр
«Вентана-Граф»
2018

УДК 373.167.1:514

ББК 22.151я72

М52

Мерзляк А.Г.

М52 Геометрия : дидактические материалы : 8 класс : пособие для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др. — М. : Вентана-Граф, 2018. — 112 с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-09230-8

Дидактические материалы содержат упражнения для самостоятельных и контрольных работ. Используются в комплекте с учебником «Геометрия. 8 класс» (авт. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир), входящим в систему «Алгоритм успеха».

Соответствуют Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:514

ББК 22.151я72

РОССИЙСКИЙ УЧЕБНИК

Учебное издание

Мерзляк Аркадий Григорьевич

Полонский Виталий Борисович

Рабинович Ефим Михайлович

Якир Михаил Семёнович

Геометрия

Дидактические материалы

8 класс

Пособие для учащихся общеобразовательных организаций

Редактор *Е.В. Буцко*. Художественный редактор *М.В. Новоторцев*

Макет *Д.Э. Буланкина*. Внешнее оформление *М.В. Новоторцева*

Компьютерная верстка *О.В. Поповой*. Технический редактор *Е.А. Урвачева*

Корректоры *О.Ч. Кохановская, Г.Л. Петушкова*

Подписано в печать 27.03.18. Формат 60×84/16. Гарнитура SchoolBookC

Печать офсетная. Печ. л. 7,0. Тираж 15 000 экз. Заказ №Э-3720.

Отпечатано в типографии ООО «Комбинат программных средств»

420044, РТ, г. Казань, пр. Ямашева, д. 36В.

ООО Издательский центр «Вентана-Граф». 123308, г. Москва, ул. Зорге, д. 1, эт. 6



rosuchebnik.ru/metod

Предложения и замечания по содержанию и оформлению книги можно отправлять по электронному адресу: expert@tosuchebnik.ru

По вопросам приобретения продукции издательства обращайтесь:

тел.: 8-800-700-64-83; e-mail: sales@tosuchebnik.ru

Электронные формы учебников, другие электронные материалы и сервисы:

LECTA.ru, тел.: 8-800-555-46-68

В помощь учителю и ученику: регулярно пополняемая библиотека дополнительных материалов к урокам, конкурсы и акции с поощрением победителей, рабочие программы, вебинары и видеозаписи открытых уроков rosuchebnik.ru/метод

© Мерзляк А.Г., Полонский В.Б.,
Рабинович Е.М., Якир М.С., 2014

© Издательский центр «Вентана-Граф»,
2014

ISBN 978-5-360-09230-8

От авторов

Данное пособие входит в учебно-методический комплект с учебником «Геометрия. 8 класс» авторов А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонского, М.С. Якира.

Раздел «Упражнения» состоит из трёх однотипных вариантов по 277 задач в каждом (задачи, имеющие одинаковые номера, являются однотипными). Этот материал в первую очередь предназначен для составления самостоятельных проверочных работ. Наличие к каждому типу задач ещё двух аналогичных заданий (по вариантам) позволяет также использовать этот материал для отработки навыков решения основных типов задач.

Вторая часть пособия содержит примерные контрольные работы.

Упражнения

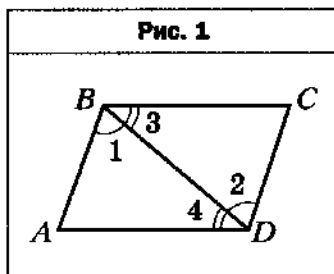
Вариант 1

Четырёхугольник и его элементы

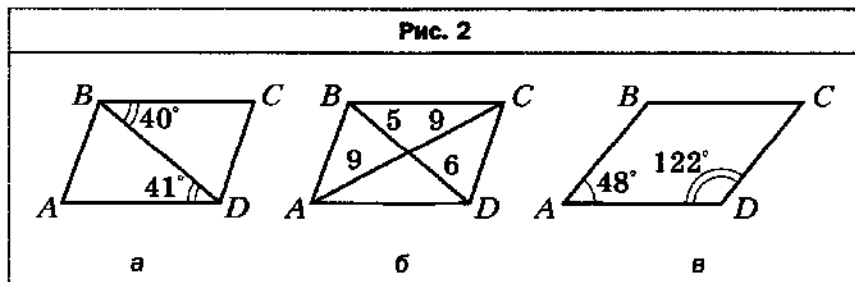
1. Для четырёхугольника $ABCD$ запишите:
1) вершины, соседние с вершиной A ;
2) вершину, противоположащую вершине B ;
3) стороны, соседние со стороной CD ;
4) сторону, противоположащую стороне BC ;
5) диагонали четырёхугольника.
2. Чему равен четвёртый угол четырёхугольника, если три его угла соответственно равны 59° , 138° и 152° ?
3. В четырёхугольнике $ABCD$ угол D равен 100° , а угол A на 23° больше угла B и в 3 раза меньше угла C . Найдите неизвестные углы четырёхугольника.
4. Найдите углы четырёхугольника, если они пропорциональны числам:
1) 3, 4, 8 и 9; 2) 2, 3, 4 и 11.
Является ли этот четырёхугольник выпуклым?
5. В четырёхугольнике $ABCD$ $AB = AD$, а диагональ AC образует с этими сторонами равные углы. Найдите сторону BC , если $CD = 9$ см.
6. В четырёхугольнике $ABCD$ $AB = CD$, $BC = AD$. Найдите $\angle ABC$, если $\angle ADC = 132^\circ$.
7. В четырёхугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD перпендикулярны, а диагональ BD образует со сторонами BA и BC равные углы. Докажите, что $AD = DC$.
8. Диагональ четырёхугольника равна 8 см, а периметры треугольников, на которые эта диагональ разбивает данный четырёхугольник, равны 30 см и 23 см. Найдите периметр четырёхугольника.
9. Существует ли четырёхугольник, стороны которого равны 5 см, 8 см, 10 см и 24 см?
10. Существует ли четырёхугольник, периметр которого равен 46 см, а диагонали равны:
1) 23 см и 24 см; 2) 10 см и 12 см?

Параллелограмм. Свойства параллелограмма

11. В четырёхугольнике $ABCD$ (рис. 1) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.



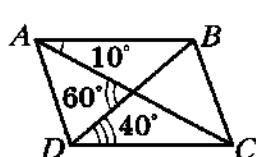
12. Периметр параллелограмма равен 56 см. Найдите его стороны, если одна из них на 6 см больше другой.
13. Периметр параллелограмма равен 126 см. Найдите его стороны, если две из них относятся как 4 : 5.
14. Найдите углы параллелограмма, если:
- 1) один из его углов равен 46° ;
 - 2) сумма двух его углов равна 186° ;
 - 3) один из его углов на 56° больше другого;
 - 4) один из его углов в 3 раза меньше другого;
 - 5) два его угла относятся как 5 : 7.
15. Даны два параллелограмма $ABCD$ и $KMNP$. Могут ли одновременно выполняться неравенства: $\angle A > \angle K$ и $\angle B > \angle M$?
16. На рисунке 2 изображены параллелограммы. Определите, не выполняя измерений, на каких рисунках величины углов или длины отрезков обозначены неверно (длины отрезков даны в сантиметрах).



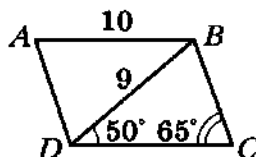
17. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите разность периметров треугольников COD и AOD , если $AB = 7$ см, $BC = 4$ см.

18. На рисунке 3 изображены параллелограммы. Определите, не выполняя измерений, на каких рисунках величины углов или длины отрезков обозначены неправильно (длины отрезков даны в сантиметрах).

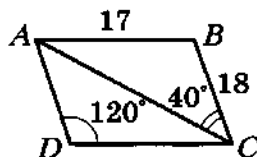
Рис. 3



а



б



в

19. Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите сторону AB параллелограмма, если $OA = 8$ см и $\angle ABO = 30^\circ$.
20. В параллелограмме $ABCD$ известно, что $AB = 7$ см, $AD = 12$ см. Биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке E . Найдите отрезки BE и EC .
21. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ делит сторону CD в отношении $1 : 3$, считая от вершины угла C . Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 84 см.
22. В параллелограмме $ABCD$ угол A равен 60° . Высота BE делит сторону AD в отношении $3 : 8$, считая от вершины острого угла. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 68 см.
23. Два угла параллелограмма относятся как $1 : 5$. Найдите угол между высотами параллелограмма, проведёнными из вершины острого угла.
24. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BM и BK . Найдите периметр параллелограмма, если $BM = 6$ см, $BK = 9$ см, $\angle ADC = 150^\circ$.
25. На основании равнобедренного треугольника отмечена произвольная точка и через неё проведены прямые, параллельные его боковым сторонам. Найдите периметр

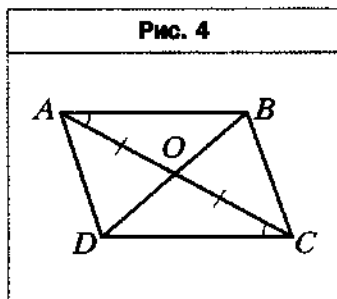
полученного параллелограмма, если боковая сторона равнобедренного треугольника равна 6 см.

26. Постройте параллелограмм $ABCD$, если заданы точки M , N и K — середины сторон AB , BC и CD соответственно.
27. Постройте параллелограмм $ABCD$, если заданы его вершины A и B и точка O — точка пересечения диагоналей параллелограмма.

Признаки параллелограмма

28. В четырёхугольнике $ABCD$ стороны AB и CD равны. Какому условию должны удовлетворять стороны BC и AD , чтобы четырёхугольник $ABCD$ был параллелограммом?

29. В четырёхугольнике $ABCD$ (рис. 4) $AO = OC$, $\angle BAC = \angle ACD$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.



30. На рисунке 5 четырёхугольник $AFCE$ — параллелограмм. На прямой FE отметили точки B и D так, что $FB = ED$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.

31. На рисунке 6 $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$. Найдите отрезок BB_1 , если $AC_1 = 18$ см, $A_1C = 10$ см.

Рис. 5

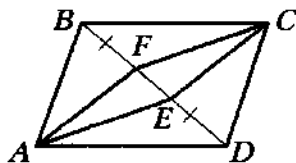
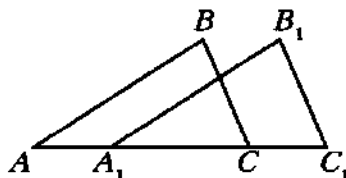


Рис. 6



Прямоугольник

32. Диагонали прямоугольника $ABCD$ (рис. 7) пересекаются в точке O , $\angle AOD = 70^\circ$. Найдите угол OCD .
33. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите угол ABD , если он на 30° больше угла COD .
34. В окружности с центром O проведены диаметры AC и BD (рис. 8). Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ является прямоугольником. Найдите отрезок BC , если $AC = 18$ см, $\angle ABD = 30^\circ$.

Рис. 7

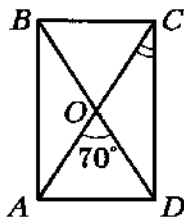
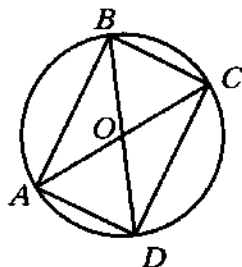


Рис. 8



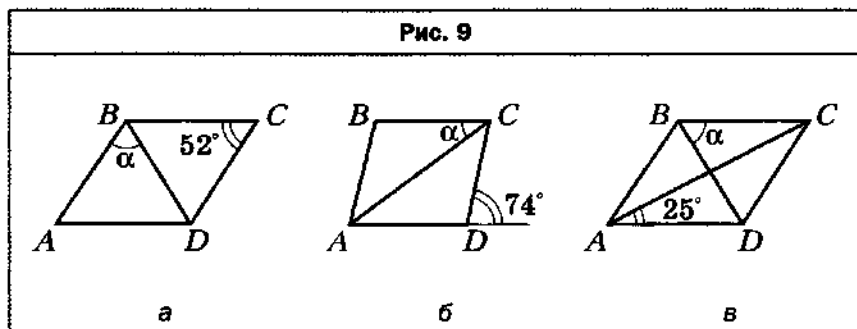
35. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Биссектриса угла AOD пересекает сторону AD в её середине. Докажите, что $ABCD$ — прямоугольник.
36. Расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника до его большей стороны на 5 см меньше, чем расстояние до меньшей стороны. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 44 см.
37. Сумма расстояний от точки пересечения диагоналей прямоугольника до его двух соседних сторон равна 27 см. Найдите стороны прямоугольника, если они относятся как 4 : 5.
38. Медиана прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, на 6 см меньше гипотенузы. Найдите медиану, проведённую к гипотенузе.

39. В треугольнике ABC известно, что $AB = 10$ см, $\angle A = 20^\circ$, $\angle B = 70^\circ$. Найдите медиану треугольника, проведённую к стороне AB .
40. В окружности проведены перпендикулярные хорды AB и BC . Длина отрезка, соединяющего середины этих хорд, равна 8 см. Найдите расстояние от центра окружности до точки B .

Ромб

41. На рисунке 9 четырёхугольник $ABCD$ — ромб. Найдите угол α .

Рис. 9



42. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, разность которых равна 20° .
43. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, которые относятся как $4 : 5$.
44. Угол между высотами BM и BN , проведёнными из вершины B ромба $ABCD$, равен 48° . Найдите углы, которые образует сторона ромба с его диагоналями.
45. Угол между высотой и диагональю ромба, проведёнными из вершины тупого угла, равен 42° . Найдите углы ромба.
46. Высота ромба, проведённая из вершины его тупого угла, делит сторону ромба пополам. Найдите сторону ромба, если его меньшая диагональ равна 16 см.
47. Биссектриса угла B параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону CD в точке M . Серединный перпендику-

ляр отрезка BM пересекает сторону AB в точке N . Найдите периметр четырёхугольника $BCMN$, если $BN = 8$ см.

Квадрат

48. Докажите, что прямоугольник, диагонали которого перпендикулярны, является квадратом.
49. Точка пересечения диагоналей квадрата удалена от его сторон на 8 см. Найдите периметр квадрата.
50. В прямоугольном треугольнике ABC $AC = BC = 12$ см. Две стороны квадрата $CMKN$ лежат на катетах треугольника ABC , а вершина K принадлежит гипотенузе AB . Найдите сторону квадрата.
51. Гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника равна 18 см. Квадрат построен так, что две его вершины лежат на гипотенузе, а две другие — на катетах данного треугольника. Найдите сторону квадрата.
52. На продолжении стороны AD квадрата $ABCD$ за точку A отметили точку F такую, что луч CF делит угол DCB в отношении $1 : 2$. Найдите отрезок CF , если сторона квадрата равна 4 см.
53. Постройте квадрат по его периметру.

Средняя линия треугольника

54. Найдите средние линии треугольника, если его стороны равны 8 см, 14 см и 18 см.
55. Могут ли средние линии треугольника быть равными 1 см, 5 см и 7 см?
56. Периметр треугольника равен 18 см. Найдите периметр треугольника, вершины которого — середины сторон данного треугольника.
57. Периметр треугольника равен 60 см, а его стороны относятся как $3 : 5 : 7$. Найдите стороны треугольника, вершины которого — середины сторон данного треугольника.

58. Диагонали четырёхугольника равны 2 см и 5 см, а угол между ними — 42° . Найдите стороны и углы четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырёхугольника.
59. Определите вид четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон четырёхугольника, диагонали — перпендикулярны.
60. Четырёхугольник, вершины которого — середины сторон данного четырёхугольника, является ромбом. Докажите, что диагонали данного четырёхугольника равны.
61. Точки M , K , N и P — середины сторон AB и CD и диагоналей AC и BD четырёхугольника $ABCD$ соответственно. Найдите сторону MN четырёхугольника $MNKP$, если $PK = 10$ см.
62. На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены такие точки M и K соответственно, что $BM : MA = BK : KC = 1 : 3$. Найдите сторону AC , если $MK = 7$ см.

Трапеция

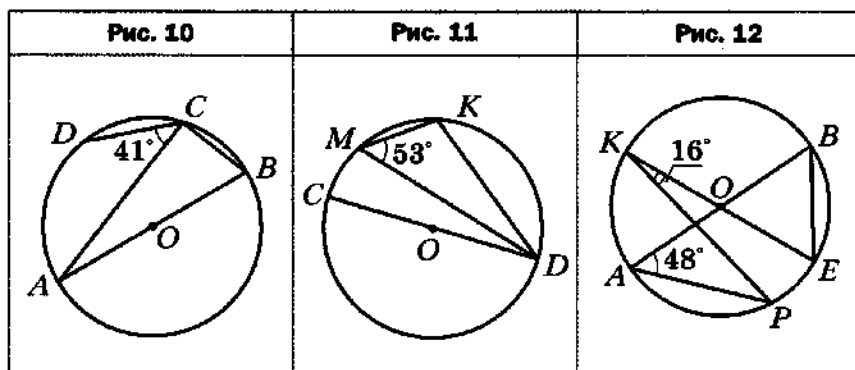
63. Два угла трапеции равны 32° и 143° . Найдите два других её угла.
64. Найдите углы равнобокой трапеции, если разность её противоположных углов равна 86° .
65. В прямоугольной трапеции тупой угол в 5 раз больше острого. Найдите углы трапеции.
66. Высота равнобокой трапеции, проведённая из вершины тупого угла, образует с боковой стороной угол 17° . Найдите углы трапеции.
67. Найдите среднюю линию трапеции, если её основания равны 6 см и 11 см.
68. Одно из оснований трапеции равно 7 см, а средняя линия — 11 см. Найдите второе основание трапеции.
69. Средняя линия трапеции равна 19 см, а одно из оснований меньше другого на 6 см. Найдите основания трапеции.

70. Средняя линия прямоугольной трапеции равна 14 см, а её высота, проведённая из вершины тупого угла, делит основание в отношении 3 : 1, считая от вершины прямого угла. Найдите основания трапеции.
71. Боковая сторона равнобокой трапеции равна меньшему основанию, а её диагональ образует с основанием угол 32° . Найдите углы трапеции.
72. Одна из диагоналей трапеции перпендикулярна боковой стороне, а острый угол, противолежащий этой диагонали, равен 52° . Найдите остальные углы трапеции, если её меньшее основание равно второй боковой стороне.
73. В равнобокой трапеции $ABCD$ меньшее основание BC равно 16 см, $\angle ABC = 120^\circ$. Через вершину C трапеции проведена прямая, параллельная стороне AB и пересекающая сторону AD в точке M . Найдите периметр трапеции, если $MD = 12$ см.
74. Основания равнобокой трапеции равны 9 см и 15 см. Найдите отрезки, на которые высота, проведённая из вершины тупого угла, делит большее основание.
75. Меньшее основание равнобокой трапеции равно 5 см. Высота, проведённая из вершины тупого угла, делит большее основание на отрезки, один из которых равен 2 см. Найдите среднюю линию трапеции.
76. В равнобокой трапеции острый угол равен 60° , а боковая сторона — 16 см. Найдите основания трапеции, если их сумма равна 38 см.
77. Основания равнобокой трапеции равны 10 см и 16 см, а её диагонали перпендикулярны. Найдите высоту трапеции.
78. В трапеции $ABCD$ основания BC и AD соответственно равны 6 см и 14 см. Через точку F — середину боковой стороны AB — проведена прямая, пересекающая основание AD в точке K такой, что $AK = 4$ см. Найдите сторону CD , если $FK = 7$ см.
79. Постройте трапецию по основаниям, высоте и диагоналям.

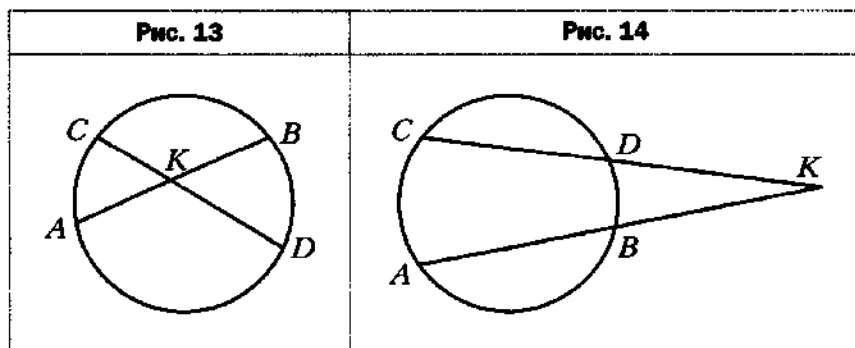
Центральные и вписанные углы

80. Чему равна градусная мера центрального угла окружности, опирающегося на дугу, составляющую $\frac{5}{12}$ окружности?
81. Найдите градусные меры двух дуг окружности, на которые её делят две точки, если градусная мера одной из дуг на 100° больше градусной меры другой.
82. Найдите вписанный угол, если градусная мера дуги, на которую он опирается, равна: 1) 48° ; 2) 254° ; 3) 3α .
83. Точки B и D лежат на окружности по одну сторону от хорды AC . Найдите угол ADC , если $\angle ABC = 42^\circ$.
84. Точка B окружности и её центр O лежат по разные стороны от хорды AC . Найдите: 1) угол ABC , если $\angle AOC = 124^\circ$; 2) угол AOC , если $\angle ABC = 94^\circ$.
85. Точки B и D лежат на окружности по разные стороны от хорды AC . Найдите угол ADC , если $\angle ABC = 78^\circ$.
86. Около треугольника ABC описана окружность с центром O . Найдите угол BOC , если: 1) $\angle A = 78^\circ$; 2) $\angle A = 128^\circ$.
87. Точки A , B и C делят окружность на три дуги так, что $\cup AB : \cup BC : \cup AC = 3 : 5 : 7$. Найдите углы треугольника ABC .
88. Около треугольника ABC описана окружность с центром O . Найдите углы AOB , BOC и AOC , если 1) $\angle A = 36^\circ$, $\angle B = 78^\circ$; 2) $\angle A = 23^\circ$, $\angle B = 42^\circ$.
89. Найдите углы равнобедренного треугольника, вписанного в окружность, если основание этого треугольника стягивает дугу, градусная мера которой равна 192° .
90. Точка O — центр окружности, описанной около равнобедренного треугольника ABC ($AC = BC$). Найдите углы треугольника ABC , если $\angle AOB = 128^\circ$. Сколько решений имеет задача?
91. Точки C и D окружности лежат по одну сторону от диаметра AB (рис. 10). Найдите угол DCB , если $\angle ACD = 41^\circ$.

92. Точки M и K окружности лежат по одну сторону от диаметра CD (рис. 11). Найдите угол CDK , если $\angle DMK = 53^\circ$.
93. Две окружности пересекаются в точках C и D . Через точку C проведены диаметры CA и CB . Найдите углы CAB и CBA , если $\angle ACD = 55^\circ$, $\angle BCD = 70^\circ$.
94. В окружности с центром O проведены диаметры AB и KE (рис. 12). Найдите угол ABE , если $\angle PKE = 16^\circ$, $\angle BAP = 48^\circ$.



95. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке K (рис. 13). Найдите угол AKC , если $\sphericalangle AC = 36^\circ$, $\sphericalangle BD = 42^\circ$.
96. Хорды AB и CD окружности не пересекаются, а прямые AB и CD пересекаются в точке K (рис. 14). Найдите угол AKC , если $\sphericalangle AC = 84^\circ$, $\sphericalangle BD = 28^\circ$.



97. Прямые AD и BE касаются окружности, описанной около треугольника ABC , в точках A и B соответственно (рис. 15). Найдите углы треугольника ABC , если $\angle BAD = 59^\circ$, $\angle CBE = 33^\circ$.
98. Через точку C окружности проведена касательная CD , не параллельная диаметру AB (рис. 16). Найдите углы треугольника ABC , если $\angle DCA = 160^\circ$.

Рис. 15

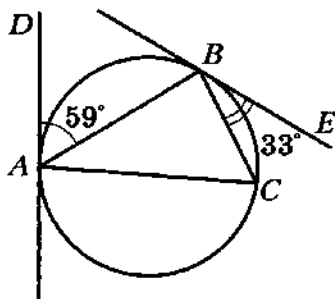
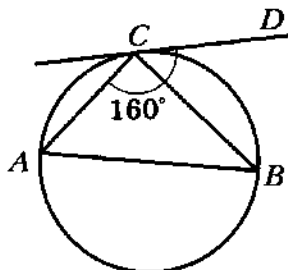


Рис. 16



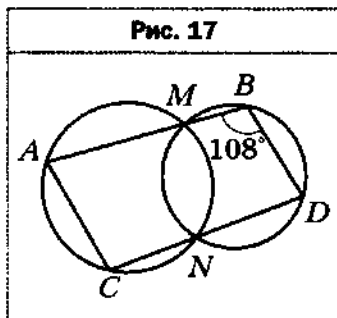
99. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 78° . На боковой стороне треугольника как на диаметре построена полуокружность, которую другие стороны треугольника делят на три дуги. Найдите градусные меры образовавшихся дуг.

Описанная и вписанная окружности четырёхугольника

100. Можно ли описать окружность около четырёхугольника $ABCD$, если: 1) $\angle A = 33^\circ$, $\angle C = 137^\circ$; 2) $\angle B = 69^\circ$, $\angle D = 111^\circ$?
101. Найдите углы C и D четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, если $\angle A = 119^\circ$, $\angle B = 84^\circ$.
102. Один из углов трапеции, вписанной в окружность, равен 42° . Найдите остальные углы трапеции.
103. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол A на 58° больше угла B и в 4 раза больше угла C . Найдите углы четырёхугольника.

104. В четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle ABC = 68^\circ$, $\angle ADC = 112^\circ$, $\angle BAC = 23^\circ$, $\angle DAC = 52^\circ$. Найдите угол между диагоналями четырёхугольника, противолежащий стороне AD .

105. Две окружности пересекаются в точках M и N . Прямая, проходящая через точку M , пересекает окружности в точках A и B , а прямая, проходящая через точку N , — в точках C и D (рис. 17). Найдите угол BAC , если $\angle ABD = 108^\circ$.

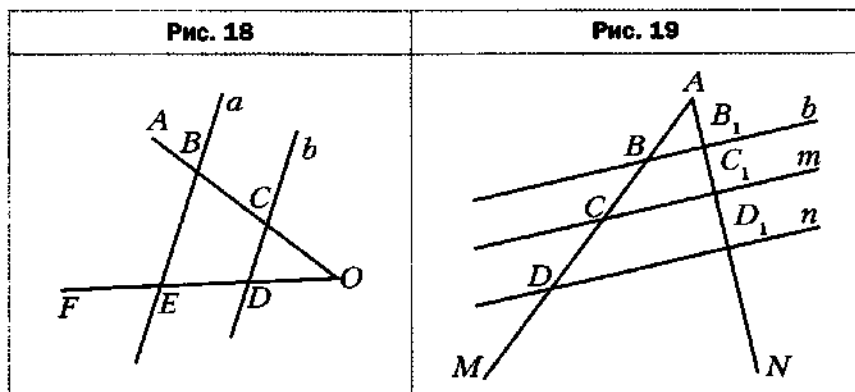


106. Равнобокая трапеция вписана в окружность, центр которой лежит на большем основании. Угол между диагоналями трапеции, противолежащий её боковой стороне, равен 32° . Найдите углы трапеции.
107. В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность. Найдите сторону CD , если $AB = 5$ см, $BC = 9$ см, $AD = 6$ см.
108. Можно ли вписать окружность в четырёхугольник $ABCD$, если:
- 1) $AB = 4$ см, $BC = 11$ см, $CD = 12$ см, $AD = 5$ см;
 - 2) $AB = 9$ см, $BC = 7$ см, $CD = 14$ см, $AD = 15$ см?
109. Основания трапеции, в которую можно вписать окружность, равны 7 см и 9 см. Найдите периметр трапеции.
110. Средняя линия трапеции равна 14 см, а периметр — 56 см. Докажите, что в данную трапецию можно вписать окружность.
111. Точка касания окружности, вписанной в равнобокую трапецию, делит её боковую сторону на отрезки, один из которых равен 8 см. Найдите основания трапеции, если её периметр равен 60 см.
112. Радиус окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, равен 6 см, а большая боковая сторона этой трапеции равна 20 см. Найдите среднюю линию трапеции.

Теорема Фалеса.

Теорема о пропорциональных отрезках

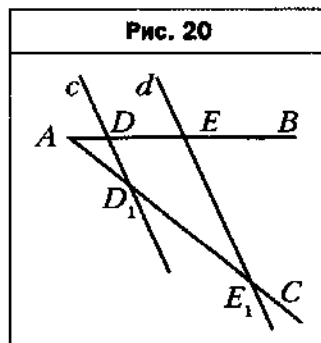
113. Начертите произвольный отрезок MN и постройте на нём точку K такую, что $MK : KN = 2 : 3$.
114. Параллельные прямые a и b пересекают стороны угла AOF (рис. 18). Найдите отрезок OD , если $OC = 4$ см, $BC = 6$ см, $DE = 9$ см.
115. Параллельные прямые b , m и n пересекают стороны угла MAN (рис. 19). Найдите отрезки AB_1 и BD , если $AB = 4$ см, $CD = 8$ см, $B_1C_1 = 5$ см, $C_1D_1 = 6$ см.



116. Параллельные прямые c и d пересекают стороны угла BAC (рис. 20). Найдите отрезок DE , если $AD = 4$ см, $D_1E_1 = 16$ см и $DE = AD_1$.

117. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $AC = 16$ см. Точка M — середина катета BC . Найдите расстояние от точки M до гипотенузы AB .

118. В треугольнике ABC $AB = 6$ см, $BC = 8$ см. Через середину стороны AC проведены прямые, параллельные сторонам AB и BC . Найдите периметр образовавшегося четырёхугольника.



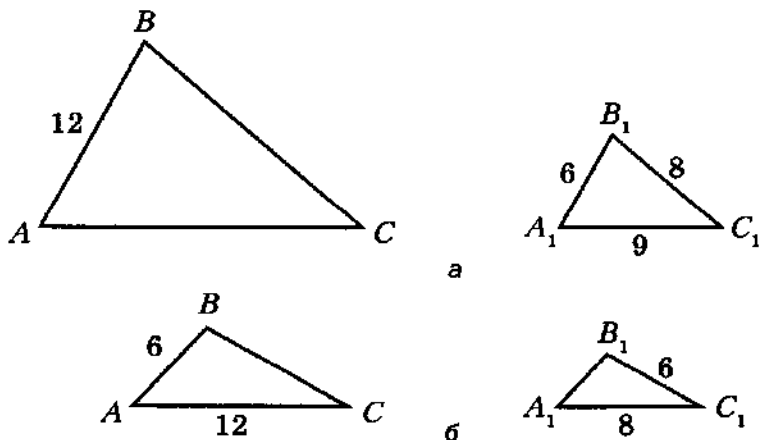
- 119.** Через точку E — середину боковой стороны AB трапеции $ABCD$ — проведена прямая, параллельная стороне CD и пересекающая основание AD в точке F . Найдите сторону CD , если $EF = 10$ см.
- 120.** В окружности проведены хорды AB и AC . Расстояние от середины хорды AC до хорды AB равно 4 см. Найдите длину отрезка BC , если $\angle ABC = 30^\circ$.
- 121.** Диагональ трапеции делит её среднюю линию на отрезки, один из которых на 5 см больше другого. Найдите большее основание трапеции, если её меньшее основание равно 6 см.
- 122.** Основания трапеции равны 8 см и 12 см. Диагонали трапеции пересекают её среднюю линию в точках M и K . Найдите отрезок MK .
- 123.** Основания трапеции равны 10 см и 6 см. Боковую сторону трапеции разделили на 4 равных отрезка и через точки деления провели прямые, параллельные основаниям. Найдите отрезки этих прямых, принадлежащие трапеции.
- 124.** Сторону BC треугольника ABC разделили на 3 равных отрезка и через точки деления провели прямые, параллельные стороне AB . Найдите отрезки этих прямых, принадлежащие треугольнику ABC , если $AB = 12$ см.
- 125.** В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точка M пересечения медиан удалена от основания на 4 см. Найдите расстояние от точки M до вершины B .
- 126.** Медианы прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) пересекаются в точке M . Найдите гипотенузу AB , если $CM = 6$ см.
- 127.** В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) середина боковой стороны удалена от основания на 6 см. Найдите расстояние от точки пересечения медиан треугольника ABC до вершины B .
- 128.** Отрезок BD — биссектриса треугольника ABC . Найдите: 1) отрезки AD и DC , если $AB = 8$ см, $BC = 14$ см, $AC = 11$ см; 2) сторону BC , если $AD : DC = 2 : 3$, $AB = 18$ см; 3) стороны AB и BC , если $AB + BC = 56$ см, $AD = 9$ см, $DC = 15$ см.

- 129.** Стороны треугольника равны 13 см, 18 см и 21 см. Окружность, центр которой принадлежит меньшей стороне треугольника, касается двух других сторон. Найдите отрезки, на которые центр окружности делит сторону треугольника.
- 130.** В треугольнике ABC $AB = 7$ см, $BC = 15$ см, $AC = 11$ см. В каком отношении центр окружности, вписанной в треугольник, делит его биссектрису BD ?
- 131.** На медиане AD треугольника ABC отметили точку F так, что $AF : FD = 7 : 4$. В каком отношении прямая BF делит сторону AC ?
- 132.** На сторонах AB и BC треугольника ABC отметили точки E и D соответственно. Отрезки AD и CE пересекаются в точке F . В каком отношении точка F делит отрезок CE , если $BE : EA = 2 : 1$ и $BD : DC = 6 : 7$?

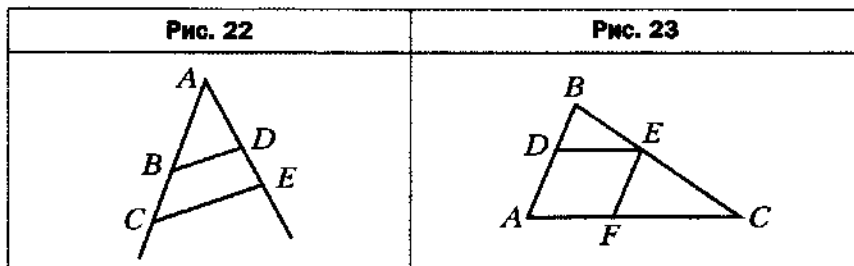
Подобные треугольники

- 133.** Известно, что $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, причём стороне AB соответствует сторона A_1B_1 , а стороне BC — сторона B_1C_1 (рис. 21). Найдите неизвестные стороны этих треугольников (размеры сторон даны в сантиметрах).

Рис. 21



- 134.** Стороны треугольника относятся как $7 : 6 : 3$. Найдите стороны подобного ему треугольника, если:
- 1) его периметр равен 8 см;
 - 2) его наименьшая сторона равна 6 см;
 - 3) разность его наибольшей и наименьшей сторон равна 20 см.
- 135.** Известно, что $\triangle ABC \stackrel{1,4}{\sim} \triangle A_1B_1C_1$, причём $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$. Найдите стороны треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, если $AB + A_1B_1 = 36$ см и $AB : BC : AC = 3 : 7 : 8$.
- 136.** Найдите подобные треугольники на рисунке 22, если известно, что $BD \parallel CE$. Запишите пропорции, начинающиеся с отношения:
- 1) $\frac{AC}{CE}$;
 - 2) $\frac{BD}{CE}$.
- 137.** Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке E . Большее основание AD трапеции равно 12 см, $AE = 15$ см, $BE = 5$ см. Найдите меньшее основание трапеции.
- 138.** В треугольник ABC вписан параллелограмм $ADEF$ (рис. 23). Найдите сторону AC треугольника, если $AB = 20$ см, $FE = 12$ см, $AF = 14$ см.



- 139.** В треугольник ABC вписан ромб $AKPE$ так, что угол A у них общий, а вершина P принадлежит стороне BC . Найдите сторону ромба, если $AB = 6$ см, $AC = 3$ см.
- 140.** Сторона треугольника равна 12 см, а высота, проведённая к ней, — 4 см. В треугольник вписан прямоугольник, большая сторона которого принадлежит данной стороне треугольника. Найдите стороны прямоугольника, если они относятся как $5 : 9$.

Первый признак подобия треугольников

141. На рисунке 24 $\angle BAC = \angle ACD$. Подобны ли треугольники ABE и CDE ? В случае положительного ответа укажите пары соответственных сторон.
142. На рисунке 25 $\angle ABC = \angle BDC$. Найдите подобные треугольники на рисунке и доказите их подобие.

Рис. 24

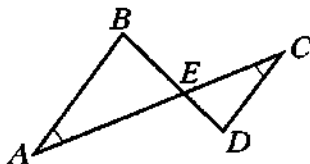
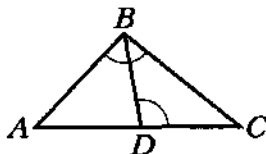


Рис. 25



143. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF (рис. 26). Докажите подобие треугольников ABE и CBF .

144. Стороны параллелограмма равны 15 см и 30 см, а расстояние между меньшими сторонами — 20 см. Найдите расстояние между большими сторонами параллелограмма.

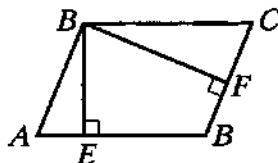
145. Периметр параллелограмма равен 70 см, а его высоты — 3 см и 4 см. Найдите стороны параллелограмма.

146. Одна из диагоналей трапеции равна 28 см и делит другую диагональ на отрезки длиной 5 см и 9 см. Найдите отрезки, на которые точка пересечения диагоналей делит данную диагональ.

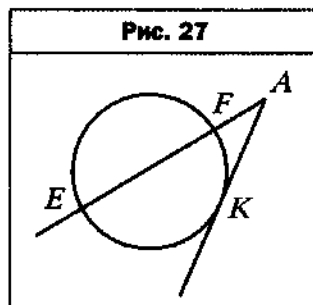
147. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) O — точка пересечения диагоналей, $AO : OC = 5 : 2$. Найдите большее основание трапеции, если её средняя линия равна 7 см.

148. На стороне AB треугольника ABC отметили точку M так, что $\angle ACM = \angle ABC$, $AM = 9$ см, $BM = 7$ см. Найдите сторону AC .

Рис. 26

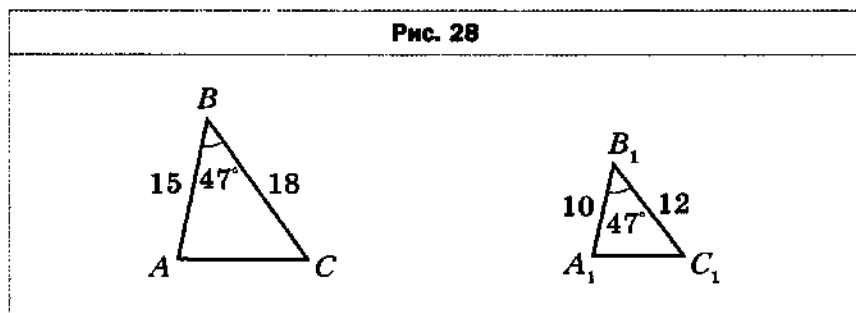


149. Хорды MK и PF окружности пересекаются в точке E . Найдите отрезок EF , если $ME = 4$ см, $EK = 3$ см, $PE = 2$ см.
150. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке M , $AM = 2$ см, $BM = 9$ см, а отрезок CM в 2 раза больше отрезка DM . Найдите отрезки CM и DM .
151. Точка K удалена на 3 см от центра окружности радиуса 5 см. Через точку K проведена хорда длиной 8 см. Найдите отрезки, на которые точка K делит эту хорду.
152. Через точку A проведены к окружности касательная AK (K — точка касания) и секущая, пересекающая окружность в точках E и F (рис. 27). Найдите отрезок AF , если $AK = 4$ см, $AE = 8$ см.
153. Через точку K проведены к окружности касательная KA (A — точка касания) и секущая, пересекающая окружность в точках B и C (точка B лежит между точками K и C). Найдите отрезок KB , если $AK = 16$ см и $KB : BC = 1 : 3$.



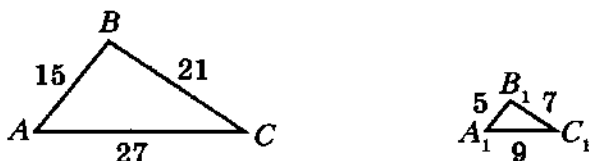
Второй и третий признаки подобия треугольников

154. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, изображённые на рисунке 28, подобны (длины отрезков даны в сантиметрах).



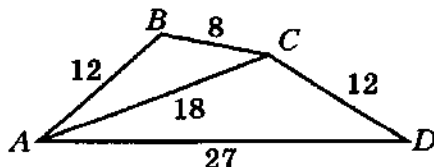
155. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AB : A_1B_1 = AC : A_1C_1 = 3,5$, $\angle A = \angle A_1$. Найдите стороны BC и B_1C_1 , если их сумма равна 18 см.
156. В треугольнике ABC $AB = 16$ см, $AC = 20$ см. На стороне AB отложили отрезок AD , равный 12 см, а на стороне AC — отрезок AE , равный 15 см. Подобны ли треугольники ABC и ADE ?
157. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, изображённые на рисунке 29, подобны (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 29



158. Подобны ли треугольники, если их стороны равны:
- 1) 5 см, 8 см, 9 см и 15 см, 24 см, 27 см;
 - 2) 2 см, 5 см, 6 см и 8 см, 20 см, 30 см?
159. Подобны ли треугольники ABC и ADC , изображённые на рисунке 30 (длины отрезков даны в сантиметрах)?

Рис. 30



160. Через вершины A и B треугольника ABC проведена окружность, пересекающая стороны AC и BC в точках D и E соответственно. Докажите, что треугольники ABC и EDC подобны. Найдите отрезки CD и CE , если $AB = 8$ см, $BC = 6$ см, $AC = 5$ см, $DE = 2$ см.

- 161.** В треугольнике ABC на стороне AC отмечена точка D . Известно, что $AB = 9$ см, $\frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{3}$. Найдите отрезок BD .
- 162.** В треугольнике ABC проведена высота CD . Известно, что $AD = 1$ см, $DB = 4$ см, $CD = 2$ см. Докажите, что $\angle ACB = 90^\circ$.

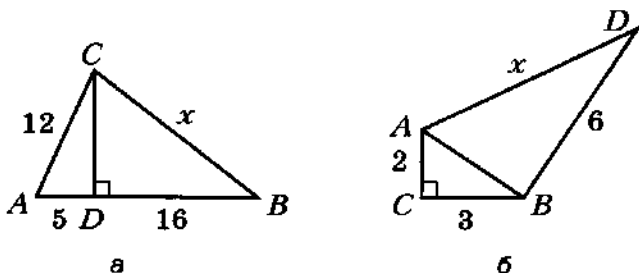
Метрические соотношения
в прямоугольном треугольнике

- 163.** Найдите высоту прямоугольного треугольника, проведённую из вершины прямого угла, если она делит гипотенузу на отрезки длиной 4 см и 16 см.
- 164.** Высота прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, делит её на отрезки длиной 8 см и 24 см. Найдите катеты треугольника.
- 165.** Катет прямоугольного треугольника равен 8 см, а его проекция на гипотенузу — 4 см. Найдите гипотенузу треугольника.
- 166.** Найдите высоту и боковую сторону равнобокой трапеции, основания которой равны 5 см и 13 см, а диагонали перпендикулярны боковым сторонам.
- 167.** Перпендикуляр, проведённый из точки пересечения диагоналей ромба к стороне, делит её на отрезки длиной 3 см и 12 см. Найдите диагонали ромба.
- 168.** Точка касания окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, делит большую боковую сторону на отрезки длиной 3 см и 12 см. Найдите периметр трапеции.
- 169.** Точка касания окружности, вписанной в равнобокую трапецию, делит боковую сторону на отрезки длиной 8 см и 18 см. Найдите радиус вписанной окружности и основания трапеции.
- 170.** Дан отрезок длиной 1 см. Постройте отрезок длиной $\sqrt{3}$ см.

Теорема Пифагора

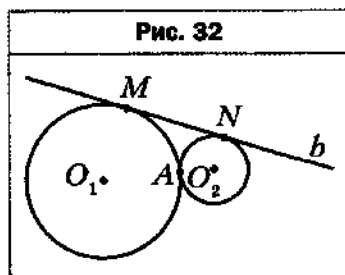
171. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если его катеты равны 6 см и 8 см.
172. Найдите катет прямоугольного треугольника, если его гипотенуза и второй катет соответственно равны 8 см и 4 см.
173. Сторона квадрата равна $3\sqrt{2}$ см. Найдите его диагональ.
174. Диагональ прямоугольника равна 34 см. Найдите стороны прямоугольника, если их длины относятся как 15 : 8.
175. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 7 см, а основание — 6 см. Найдите высоту треугольника, проведённую к основанию.
176. Сторона ромба равна 13 см, а одна из его диагоналей — 10 см. Найдите вторую диагональ ромба.
177. Две стороны прямоугольного треугольника равны 5 см и 8 см. Найдите третью сторону треугольника. Сколько решений имеет задача?
178. Найдите длину неизвестного отрезка x на рисунке 31 (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 31



179. Диагональ равнобокой трапеции равна 17 см, а высота — 8 см. Найдите среднюю линию трапеции.
180. В равнобокой трапеции $ABCD$ высота BE делит основание AD на отрезки длиной 5 см и 16 см. Найдите диагональ трапеции, если её боковая сторона равна 13 см.

- 181.** Катеты прямоугольного треугольника относятся как $3 : 4$, а его гипотенуза равна 20 см. Найдите катеты треугольника.
- 182.** Боковая сторона равнобедренного треугольника относится к высоте, проведённой к основанию, как $5 : 3$. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 36 см.
- 183.** Катет прямоугольного треугольника равен 6 см, а медиана, проведённая к нему, — 5 см. Найдите гипотенузу треугольника.
- 184.** В треугольнике ABC известно, что $AB = 10$ см, $BC = 15$ см, а высота BD равна 8 см. Найдите сторону AC треугольника. Сколько решений имеет задача?
- 185.** В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) проведена высота AD . Известно, что $BD = 4$ см, $DC = 16$ см. Найдите основание AC треугольника. Сколько решений имеет задача?
- 186.** Из точки к прямой проведены две наклонные. Длина одной из них равна 25 см, а длина её проекции на эту прямую — 15 см. Найдите длину второй наклонной, если она образует с прямой угол 30° .
- 187.** Из точки к прямой проведены две наклонные, проекции которых на эту прямую равны 5 см и 9 см. Найдите расстояние от точки до данной прямой, если разность наклонных равна 2 см.
- 188.** В равнобокую трапецию вписана окружность, радиус которой равен 12 см. Найдите основания трапеции, если её боковая сторона равна 25 см.
- 189.** Две окружности, радиусы которых равны 9 см и 4 см, имеют одну общую точку A (рис. 32). Прямая b касается этих окружностей в точках M и N . Найдите отрезок MN .
- 190.** Точки M и N лежат в разных полуплоскостях относительно прямой a . Из этих точек к прямой a проведены



перпендикуляры MK и NF . Найдите отрезок KF , если $MK = 3$ см, $NF = 2$ см, $MN = 13$ см.

- 191.** Биссектриса острого угла прямоугольного треугольника делит один из катетов на отрезки длиной 25 см и 20 см. Найдите периметр треугольника.
- 192.** Постройте отрезок x , если $x = \sqrt{4a^2 - b^2}$, где a и b — длины данных отрезков ($a > b$).

Тригонометрические функции острого угла прямоугольного треугольника

- 193.** Постройте угол:
- 1) косинус которого равен $\frac{6}{7}$;
 - 2) тангенс которого равен $\frac{3}{5}$.
- 194.** Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника соответственно равны 5 см и 13 см. Найдите:
- 1) синус угла, противолежащего меньшему катету;
 - 2) косинус угла, прилежащего к большему катету;
 - 3) тангенс угла, противолежащего меньшему катету.
- 195.** Найдите значение выражения:
- 1) $\sin^2 45^\circ - \cos^2 60^\circ$;
 - 2) $2\operatorname{ctg}^2 30^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ$.
- 196.** Найдите $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{4}$.
- 197.** Найдите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2$.
- 198.** Основание равнобедренного треугольника равно 6 см, а боковая сторона — 5 см. Найдите синус угла при основании треугольника.
- 199.** В равнобокой трапеции $ABCD$ известно, что $AB = CD = 4$ см, $BC = 6$ см, $AD = 10$ см. Найдите углы трапеции.

Решение прямоугольных треугольников

- 200.** Найдите неизвестные стороны прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$), если:
- 1) $BC = 2$ см, $\cos B = \frac{2}{3}$;
 - 2) $AC = 3$ см, $\sin B = \frac{1}{4}$;

3) $AC = 4$ см, $\operatorname{ctg} B = 2$;

5) $AC = 2$ см, $\sin A = \frac{3}{5}$;

4) $AB = 8$ см, $\cos A = \frac{5}{8}$;

6) $AB = 6$ см, $\operatorname{tg} A = \frac{12}{13}$.

201. Решите прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$) по известным элементам:

1) $AB = 10$ см, $\angle A = 47^\circ$;

3) $AB = 8$ см, $AC = 5$ см;

2) $AC = 9$ см, $\angle A = 43^\circ$;

4) $AC = 8$ см, $BC = 5$ см.

202. В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AB = BC = 6$ см, $\angle A = 58^\circ$. Найдите сторону AC и высоту BD треугольника.

203. Из точки, находящейся на расстоянии 12 см от прямой, проведены две наклонные, образующие с этой прямой углы 45° и 60° . Найдите длины наклонных.

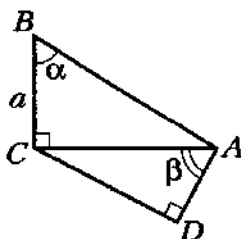
204. Из точки, находящейся на расстоянии 8 см от прямой, проведены две наклонные, образующие с этой прямой углы 30° и 45° . Найдите расстояние между основаниями наклонных. Сколько решений имеет задача?

205. Сторона AB прямоугольника $ABCD$ равна a , а диагональ AC образует со стороной AD угол α . Найдите неизвестную сторону и диагональ прямоугольника.

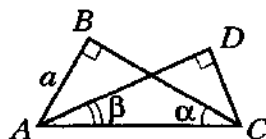
206. Меньшая диагональ ромба равна m , а острый угол ромба равен α . Найдите сторону ромба и его большую диагональ.

207. Используя данные рисунка 33, найдите отрезки AD и CD .

Рис. 33



a



б

208. В равнобокой трапеции $ABCD$ основание BC равно 4 см, высота CE — $2\sqrt{3}$ см, а боковая сторона образует с основанием AD угол 60° . Найдите диагональ трапеции.
209. В прямоугольном треугольнике ABC (рис. 34) $\angle C = 90^\circ$, $AB = c$, $\angle BAC = \alpha$, $\angle KAC = \beta$. Найдите отрезок BK .
210. В трапеции $ABCD$ (рис. 35) $AB = 8$ см, $BC = 4$ см, $\angle A = 30^\circ$, $\angle D = 120^\circ$. Найдите основание AD трапеции.

Рис. 34

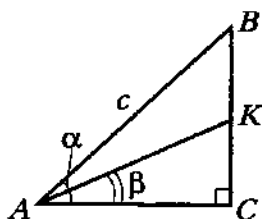
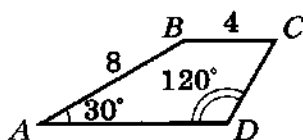


Рис. 35



Многоугольники

211. Найдите сумму углов выпуклого семиугольника.
212. Существует ли выпуклый многоугольник, сумма углов которого равна: 1) 1440° ; 2) 1760° ?
213. Может ли наименьший угол выпуклого девятиугольника быть равным 141° ?
214. Сколько диагоналей можно провести в семиугольнике?
215. В выпуклом многоугольнике сумма углов равна 1080° . Найдите количество его сторон и диагоналей.
216. В выпуклом многоугольнике 20 диагоналей. Найдите количество его сторон и сумму углов.
217. Все стороны пятиугольника, вписанного в окружность, равны. Найдите его углы.
218. Все углы шестиугольника, описанного около окружности, равны, а его периметр равен 72 см. Найдите стороны шестиугольника.

- 219.** Серединные перпендикуляры четырёх сторон пятиугольника пересекаются в одной точке. Докажите, что около этого пятиугольника можно описать окружность.
- 220.** Биссектрисы пяти углов шестиугольника пересекаются в одной точке. Докажите, что в этот шестиугольник можно вписать окружность.

Понятие площади многоугольника.

Площадь прямоугольника

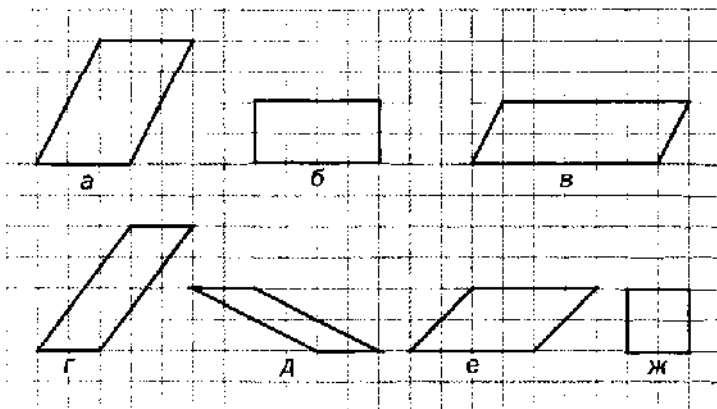
- 221.** Сторона прямоугольника равна 8 см и образует с диагональю угол 30° . Найдите площадь прямоугольника.
- 222.** Площадь прямоугольника равна 112 см^2 . Найдите его стороны, если они относятся как 4 : 7.
- 223.** Площадь прямоугольника равна 21 см^2 . Найдите его стороны, если одна из них на 4 см больше другой.
- 224.** Квадрат и прямоугольник равновелики. Сторона квадрата равна 8 см, а одна из сторон прямоугольника в 4 раза больше другой. Найдите стороны прямоугольника.
- 225.** Найдите радиус окружности, описанной около квадрата, площадь которого равна 40 см^2 .
- 226.** Как изменится площадь квадрата, если его сторону:
1) уменьшить в 4 раза; 2) увеличить в m раз?
- 227.** Как изменится площадь прямоугольника, если:
1) одну из его сторон уменьшить в 5 раз;
2) одну сторону увеличить в $\sqrt{20}$ раз, а другую — в $\sqrt{5}$ раз;
3) одну сторону увеличить в 8 раз, а другую уменьшить в 2 раза?
- 228.** Биссектриса угла прямоугольника делит одну из его сторон на отрезки длиной 5 см и 6 см. Найдите площадь прямоугольника. Сколько решений имеет задача?
- 229.** Биссектриса угла прямоугольника делит его диагональ на отрезки длиной 2 см и 4 см. Найдите площадь прямоугольника.

230. Стороны двух данных квадратов равны a и b ($a > b$). Постройте квадрат, площадь которого равна $9a^2 - b^2$.

Площадь параллелограмма

231. Найдите площадь параллелограмма, сторона которого равна 18 см, а высота, проведённая к ней, — 7 см.
232. Какие из параллелограммов, изображённых на рисунке 36, равновелики?

Рис. 36



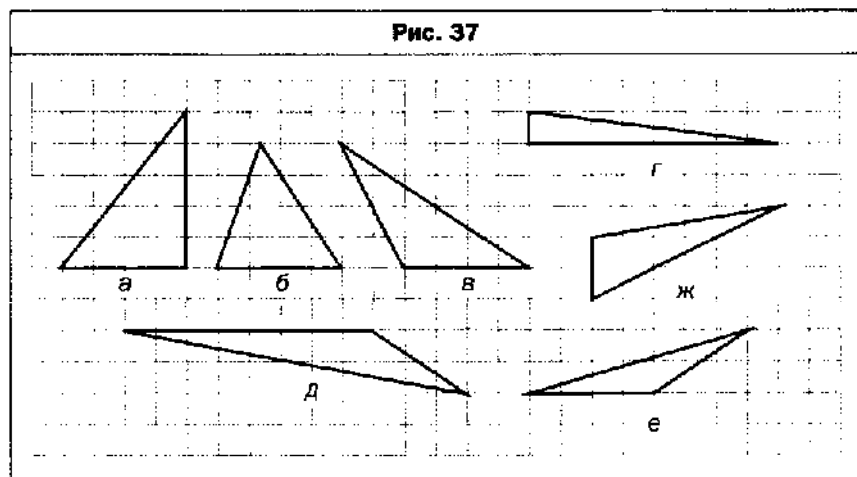
233. Площадь параллелограмма равна 120 см^2 , а его стороны — 15 см и 10 см. Найдите высоты параллелограмма.
234. Стороны параллелограмма равны 6 см и 12 см, а одна из его высот — 4 см. Найдите вторую высоту параллелограмма. Сколько решений имеет задача?
235. Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны 9 см и 15 см, а одна из диагоналей перпендикулярна меньшей стороне.
236. Стороны параллелограмма равны 9 см и 10 см, а его острый угол равен 60° . Найдите площадь параллелограмма.

- 237.** Высота, проведённая из вершины тупого угла ромба, делит сторону на отрезки длиной 7 см и 8 см, считая от вершины тупого угла. Найдите площадь ромба.
- 238.** Перпендикуляр, проведённый из точки пересечения диагоналей ромба к его стороне, делит её на отрезки длиной 4 см и 9 см. Найдите площадь ромба.

Площадь треугольника

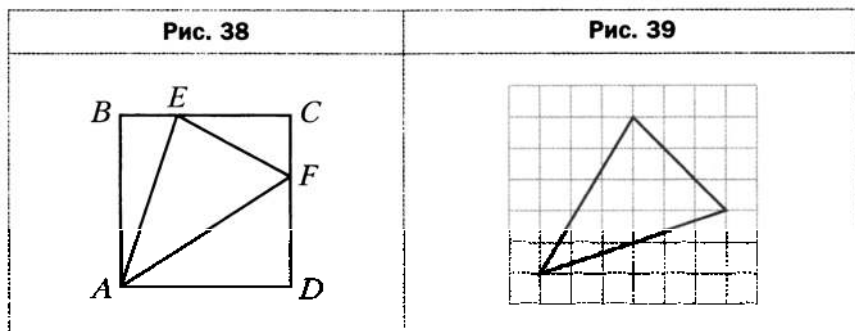
- 239.** Сторона треугольника равна 8 см, а высота, проведённая к ней, — 4,5 см. Найдите площадь треугольника.
- 240.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, катеты которого равны 6 см и 9 см.
- 241.** Площадь треугольника равна 84 см^2 , а одна из его сторон — 8 см. Найдите высоту треугольника, проведённую к этой стороне.
- 242.** Какие из треугольников, изображённых на рисунке 37, равновелики?

Рис. 37



- 243.** Найдите площадь равнобедренного треугольника, основание которого равно 6 см, а боковая сторона — 5 см.
- 244.** Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 4 см и 7 см, а угол между ними равен: 1) 30° ; 2) 120° .

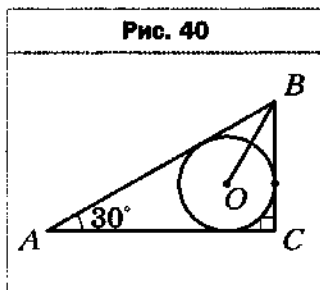
245. Сторона квадрата $ABCD$ равна 14 см. На его сторонах BC и CD отмечены точки E и F так, что $BE = 4$ см, $DF = 9$ см (рис. 38). Найдите площадь треугольника AEF .
246. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке 39, если длина стороны клетки равна единице длины.



247. В треугольнике ABC известно, что $AB : BC = 2 : 3$. Найдите отношение высот треугольника, проведённых из вершин C и A .
248. Катеты прямоугольного треугольника равны 9 см и 12 см. Найдите высоту треугольника, проведённую к гипотенузе.
249. Высота AD равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) делит сторону BC на отрезки $BD = 5$ см и $DC = 8$ см. Найдите площадь треугольника ABC .
250. Высота, проведённая к основанию равнобедренного треугольника, равна 12 см. Найдите площадь треугольника, если отношение его боковой стороны к основанию равно $5 : 6$.
251. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 26 см, а разность катетов — 14 см.
252. Найдите площадь ромба, диагонали которого равны 8 см и 5 см.
253. Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна 4 см.

254. Найдите площадь ромба, сторона которого равна 25 см, а разность диагоналей — 10 см.
255. Найдите площадь ромба, если его диагонали относятся как 3 : 4, а высота равна 12 см.
256. Перпендикуляр, проведённый из середины основания равнобедренного треугольника к боковой стороне, делит её на отрезки длиной 8 см и 18 см. Найдите площадь треугольника.
257. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 26 см, а радиус вписанной окружности — 4 см.
258. В прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$) вписана окружность с центром O и радиусом $\sqrt{3}$ см (рис. 40). Найдите площадь треугольника ABC , если $\angle A = 30^\circ$.
259. Площадь треугольника ABC равна 28 см^2 . Точка D делит сторону BC в отношении 3 : 1, считая от точки B . Найдите площади треугольников ABD и ACD .
260. Точка D делит медиану AM треугольника ABC в отношении 3 : 4, считая от точки A . Найдите отношение площадей треугольников: 1) CDM и ABM ; 2) ACD и ABC .
261. В треугольнике ABC известно, что $AB = 12 \text{ см}$, $BC = 8 \text{ см}$, отрезок BK — биссектриса треугольника. Найдите отношение площадей треугольников ABK и CBK .
262. Через вершину треугольника проведите прямую так, чтобы она разбила его на два треугольника, площади которых относятся как 2 : 1.

Рис. 40

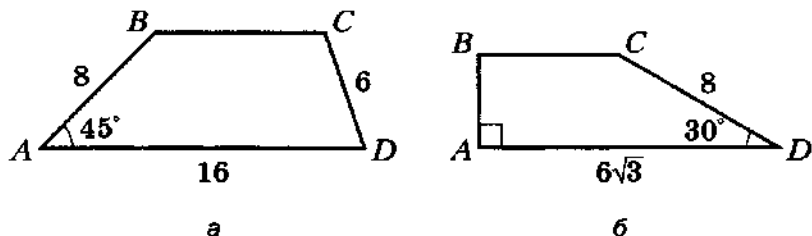


Площадь трапеции

263. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 8 см и 11 см, а высота — 4 см.

264. Площадь трапеции равна 198 см^2 , одно из оснований — 15 см , а высота — 9 см . Найдите другое основание трапеции.
265. Площадь трапеции равна 24 см^2 , а её высота — 4 см . Найдите основания трапеции, если они относятся как $1 : 5$.
266. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 6 см и 12 см , а боковая сторона равна 8 см и образует с меньшим основанием угол 120° .
267. Основания равнобокой трапеции равны 12 см и 18 см , а диагональ — 17 см . Найдите площадь трапеции.
268. Найдите площадь равнобокой трапеции, большее основание которой равно $9\sqrt{3} \text{ см}$, боковая сторона — 8 см , а угол при меньшем основании — 150° .
269. Найдите площадь трапеции $ABCD$, изображённой на рисунке 41 (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 41



270. Основания прямоугольной трапеции равны 8 см и 7 см . Найдите площадь трапеции, если её меньшая диагональ является биссектрисой прямого угла трапеции.
271. Найдите площадь равнобокой трапеции, основания которой равны 22 см и 50 см , а диагонали делят её тупые углы пополам.
272. Разность оснований прямоугольной трапеции равна 10 см , а разность боковых сторон — 2 см . Найдите площадь трапеции, если её большая диагональ равна 30 см .

- 273.** Найдите площадь трапеции, основания которой равны 6 см и 8 см, а углы при большем основании — 30° и 45° .
- 274.** Точка касания окружности, вписанной в равнобокую трапецию, делит её боковую сторону на отрезки длиной 3 см и 12 см. Найдите площадь трапеции.
- 275.** Меньшая боковая сторона прямоугольной трапеции равна 24 см. Точка касания окружности, вписанной в трапецию, делит её большую боковую сторону на отрезки, длины которых относятся как 4 : 9. Найдите площадь трапеции.
- 276.** Найдите площадь равнобокой трапеции, диагонали которой перпендикулярны, а средняя линия равна 8 см.
- 277.** Площадь равнобокой трапеции равна 126 см^2 , а её диагонали перпендикулярны. Найдите среднюю линию трапеции.

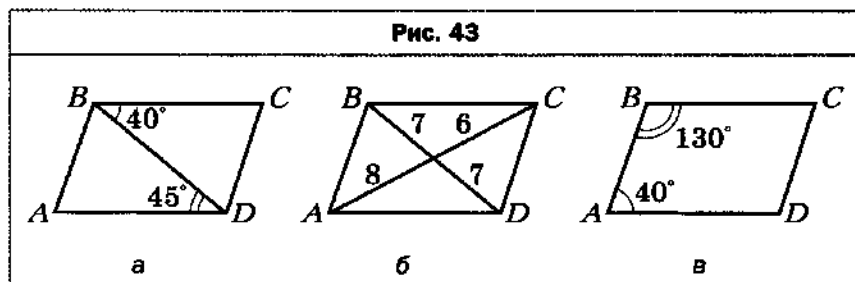
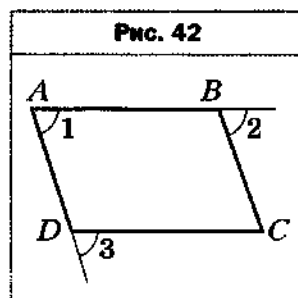
Вариант 2

Четырёхугольник и его элементы

1. Для четырёхугольника $MNPК$ запишите:
 - 1) вершины, соседние с вершиной M ;
 - 2) вершину, противоположащую вершине N ;
 - 3) стороны, соседние со стороной PK ;
 - 4) сторону, противоположащую стороне NP ;
 - 5) диагонали четырёхугольника.
2. Чему равен четвёртый угол четырёхугольника, если три его угла соответственно равны 68° , 87° и 123° ?
3. В четырёхугольнике $ABCD$ угол A равен 106° , а угол B на 34° меньше угла C и в 2 раза больше угла D . Найдите неизвестные углы четырёхугольника.
4. Найдите углы четырёхугольника, если они пропорциональны числам:
 - 1) 7, 8, 10 и 11;
 - 2) 4, 5, 7 и 20.Является ли этот четырёхугольник выпуклым?
5. В четырёхугольнике $ABCD$ диагональ BD образует со сторонами BA и BC равные углы и со сторонами DA и DC также равные углы. Найдите $\angle BAD$, если $\angle BCD = 108^\circ$.
6. В четырёхугольнике $ABCD$ $BC = AD$, $\angle DAC = \angle BCA$. Найдите сторону AB , если $CD = 8$ см.
7. В четырёхугольнике $ABCD$ $AB = AD$, а диагонали AC и BD перпендикулярны. Докажите, что $BC = CD$.
8. Диагональ четырёхугольника равна 10 см, а периметр одного из треугольников, на которые эта диагональ разбивает данный четырёхугольник, равен 40 см. Найдите периметр другого треугольника, если периметр четырёхугольника равен 53 см.
9. Существует ли четырёхугольник, стороны которого равны 9 дм, 10 дм, 11 дм и 30 дм?
10. Существует ли четырёхугольник, периметр которого равен 56 см, а диагонали равны:
 - 1) 35 см и 23 см;
 - 2) 12 см и 15 см?

Параллелограмм. Свойства параллелограмма

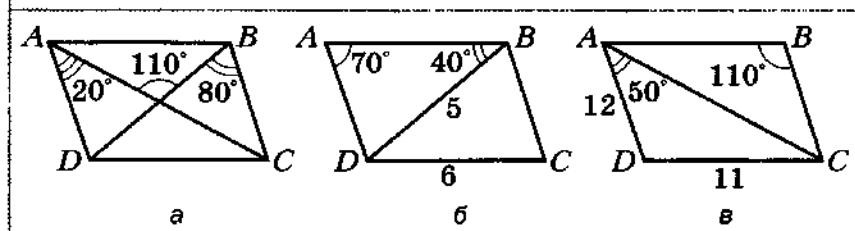
11. В четырёхугольнике $ABCD$ (рис. 42) $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.
12. Периметр параллелограмма равен 84 см. Найдите стороны параллелограмма, если одна из них на 12 см меньше другой.
13. Периметр параллелограмма равен 90 см. Найдите его стороны, если две из них относятся как 2 : 3.
14. Найдите углы параллелограмма, если:
- 1) один из его углов равен 52° ;
 - 2) сумма двух его углов равна 174° ;
 - 3) один из его углов на 28° больше другого;
 - 4) один из его углов в 4 раза меньше другого;
 - 5) два его угла относятся как 4 : 5.
15. Даны два параллелограмма $ABCD$ и $EFGH$. Могут ли одновременно выполняться неравенства: $\angle B < \angle F$ и $\angle C < \angle G$?
16. На рисунке 43 изображены параллелограммы. Определите, не выполняя измерений, на каких рисунках величины углов или длины отрезков обозначены неверно (длины отрезков даны в сантиметрах).



17. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите разность периметров треугольников BOC и COD , если $AB = 9$ см, $AD = 14$ см.

18. На рисунке 44 изображены параллелограммы. Определите, не выполняя измерений, на каких рисунках величины углов или длины отрезков обозначены неверно (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 44

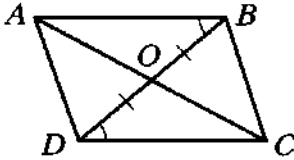
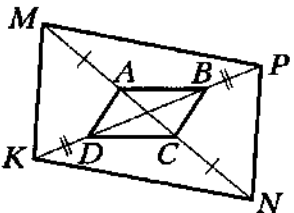
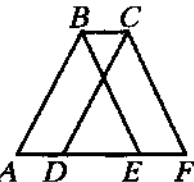


19. Биссектрисы углов C и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите отрезок CO , если $CD = 10$ см и $\angle DCO = 60^\circ$.
20. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K , $BK = 4$ см и $KC = 3$ см. Найдите стороны параллелограмма.
21. Биссектриса угла B параллелограмма $ABCD$ делит сторону AD в отношении $2 : 3$, считая от вершины угла A . Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 42 см.
22. В параллелограмме $ABCD$ угол A равен 120° . Высота AK делит сторону CD в отношении $3 : 5$, считая от вершины тупого угла. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 108 см.
23. Два угла параллелограмма относятся как $3 : 7$. Найдите угол между высотами параллелограмма, проведёнными из вершины тупого угла.
24. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты AM и AN . Найдите периметр параллелограмма, если $AM = 8$ см, $AN = 11$ см, $\angle BCD = 30^\circ$.
25. На основании равнобедренного треугольника отмечена произвольная точка и через неё проведены прямые, параллельные его боковым сторонам. Периметр полученного параллелограмма равен 24 см. Найдите боковую сторону треугольника.

26. Постройте параллелограмм $ABCD$, если заданы его вершина A и точки M и N — середины сторон AB и CD соответственно.
27. Постройте параллелограмм $ABCD$, если заданы его вершина A , точка M — середина стороны AB , точка O — точка пересечения диагоналей параллелограмма.

Признаки параллелограмма

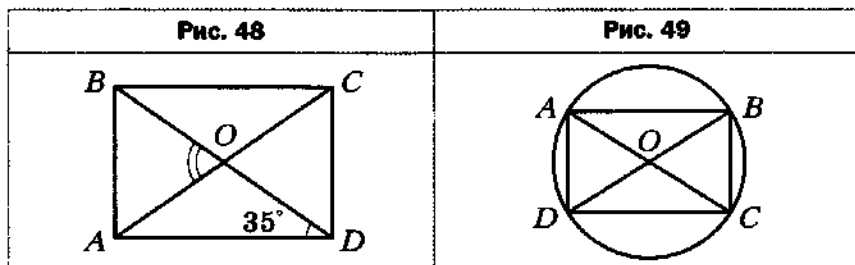
28. В четырёхугольнике $ABCD$ стороны AB и CD параллельны. Какое ещё условие должно выполняться для сторон AB и CD , чтобы четырёхугольник $ABCD$ был параллелограммом?
29. В четырёхугольнике $ABCD$ (рис. 45) $BO = OD$, $\angle ABD = \angle CDB$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.
30. На рисунке 46 четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм. На прямой AC отметили точки M и N , а на прямой BD — точки K и P так, что $AM = CN$ и $BP = DK$. Докажите, что четырёхугольник $KMPN$ — параллелограмм.
31. На рисунке 47 $AB = CD$, $BE = CF$, $AE = DF$. Найдите отрезок AF , если $BC = 6$ см, $DE = 10$ см.

Рис. 45	Рис. 46	Рис. 47
		

Прямоугольник

32. Диагонали прямоугольника $ABCD$ (рис. 48) пересекаются в точке O , $\angle ODA = 35^\circ$. Найдите угол AOB .

33. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите угол COD , если он в 4 раза меньше угла ABD .
34. В окружности с центром O проведены диаметры AC и BD (рис. 49). Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ является прямоугольником. Найдите отрезок BD , если $AD = 7$ см, $\angle ACD = 30^\circ$.

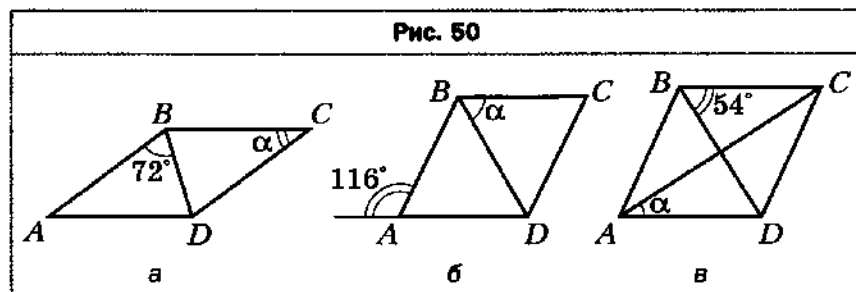


35. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Медиана OM треугольника BOC перпендикулярна стороне BC . Докажите, что $ABCD$ — прямоугольник.
36. Расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника до его большей стороны на 6 см меньше, чем расстояние до меньшей стороны. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 48 см.
37. Сумма расстояний от точки пересечения диагоналей прямоугольника до его двух соседних сторон равна 24 см. Найдите стороны прямоугольника, если они относятся как 7 : 9.
38. Разность гипотенузы прямоугольного треугольника и проведённой к ней медианы равна 7 см. Найдите гипотенузу.
39. В треугольнике ABC известно, что $\angle A = 75^\circ$, $\angle B = 15^\circ$. Медиана, проведённая к стороне AB , равна 2 см. Найдите сторону AB .
40. В окружности проведены перпендикулярные хорды MN и MK . Расстояние от центра окружности до точки M равно 10 см. Найдите длину отрезка, соединяющего середины хорд.

Ромб

41. На рисунке 50 четырёхугольник $ABCD$ — ромб. Найдите угол α .

Рис. 50



42. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, разность которых равна 30° .
43. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, которые относятся как $3 : 7$.
44. Угол между высотами DK и DE , проведёнными из вершины D ромба $ABCD$, равен 140° . Найдите углы, которые образует сторона ромба с его диагоналями.
45. Угол между высотой и диагональю ромба, проведёнными из вершины острого угла, равен 54° . Найдите углы ромба.
46. Высота ромба, проведённая из вершины его тупого угла, делит сторону ромба пополам. Найдите меньшую диагональ ромба, если его сторона равна 18 см.
47. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Серединный перпендикуляр отрезка AK пересекает сторону AD в точке P . Найдите сторону AB , если периметр четырёхугольника $ABKP$ равен 36 см.

Квадрат

48. Докажите, что ромб, диагонали которого равны, является квадратом.
49. Периметр квадрата равен 36 см. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей квадрата до его сторон.

50. В прямоугольном треугольнике ABC $AC = BC$. Две стороны квадрата $CKPF$ лежат на катетах треугольника ABC , а вершина P принадлежит гипотенузе AB . Найдите катет треугольника, если $CK = 4$ см.
51. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник. Квадрат со стороной 5 см построен так, что две его вершины лежат на гипотенузе, а две другие — на катетах данного треугольника. Найдите гипотенузу треугольника.
52. На продолжении стороны AD квадрата $ABCD$ за точку D отметили точку E такую, что луч BE делит угол ABC в отношении $1 : 2$. Найдите сторону квадрата, если $BE = 6$ см.
53. Постройте квадрат по его диагонали.

Средняя линия треугольника

54. Найдите средние линии треугольника, если его стороны равны 6 см, 10 см и 15 см.
55. Могут ли средние линии треугольника быть равными 4 см, 7 см и 11 см?
56. Периметр треугольника, образованного средними линиями данного треугольника, равен 12 см. Найдите периметр данного треугольника.
57. Периметр треугольника, вершины которого — середины сторон данного треугольника, равен 54 см, а стороны данного треугольника относятся как $3 : 7 : 8$. Найдите стороны данного треугольника.
58. Диагонали четырёхугольника равны 3 см и 7 см, а угол между ними — 37° . Найдите стороны и углы четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырёхугольника.
59. Определите вид четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон четырёхугольника, а диагонали — равны.
60. Четырёхугольник, вершины которого — середины сторон данного четырёхугольника, является прямоугольником. Докажите, что диагонали данного четырёхугольника перпендикулярны.

61. Точки E , T , F и S — середины сторон AD и BC и диагоналей AC и BD четырёхугольника $ABCD$ соответственно. Найдите сторону ST четырёхугольника $EFTS$, если $EF = 14$ см.
62. На сторонах AC и BC треугольника ABC отмечены соответственно точки D и E такие, что $CD : DA = CE : EB = 1 : 3$. Найдите отрезок DE , если $AB = 24$ см.

Трапеция

63. Два угла трапеции равны 37° и 126° . Найдите два других её угла.
64. Найдите углы равнобокой трапеции, если один из её противолежащих углов в 5 раз больше другого.
65. В прямоугольной трапеции острый угол в 4 раза меньше тупого. Найдите углы трапеции.
66. Высота равнобокой трапеции, проведённая из вершины острого угла, образует с боковой стороной угол 24° . Найдите углы трапеции.
67. Найдите среднюю линию трапеции, если её основания равны 7 см и 9 см.
68. Одно из оснований трапеции равно 9 см, а средняя линия — 5 см. Найдите второе основание трапеции.
69. Средняя линия трапеции равна 36 см, а одно из оснований больше другого в 3 раза. Найдите основания трапеции.
70. Средняя линия прямоугольной трапеции равна 16 см, а её высота, проведённая из вершины тупого угла, делит основание в отношении $7 : 2$, считая от вершины прямого угла. Найдите основания трапеции.
71. Боковая сторона равнобокой трапеции равна большему основанию, а диагональ трапеции образует с основанием угол 48° . Найдите углы трапеции.
72. Одна из диагоналей трапеции перпендикулярна боковой стороне и образует с основанием угол 23° . Найдите углы трапеции, если её меньшее основание равно второй боковой стороне.

73. В равнобокой трапеции $ABCD$ большее основание AD равно 20 см, $\angle BAD = 60^\circ$. Через вершину B трапеции проведена прямая, параллельная стороне CD и пересекающая сторону AD в точке K . Найдите периметр трапеции, если $BK = 14$ см.
74. Основания равнобокой трапеции равны 10 см и 18 см. Найдите отрезки, на которые высота, проведённая из вершины тупого угла, делит большее основание.
75. Большее основание равнобокой трапеции равно 16 см. Высота, проведённая из вершины тупого угла, делит большее основание на отрезки, один из которых равен 4 см. Найдите среднюю линию трапеции.
76. В равнобокой трапеции диагональ равна 18 см и образует с основанием угол 60° . Найдите основания трапеции, если их разность равна 10 см.
77. Основания равнобокой трапеции равны 14 см и 18 см, а её диагонали перпендикулярны. Найдите высоту трапеции.
78. В трапеции $ABCD$ основания BC и AD соответственно равны 8 см и 20 см. Через точку M — середину боковой стороны CD — проведена прямая, пересекающая основание AD в точке N такой, что $DN = 6$ см. Найдите отрезок MN , если $AB = 18$ см.
79. Постройте трапецию по основаниям, высоте и углу между диагональю и основанием.

Центральные и вписанные углы

80. Чему равна градусная мера центрального угла окружности, опирающегося на дугу, составляющую $\frac{5}{18}$ окружности?
81. Найдите градусные меры двух дуг окружности, на которые её делят две точки, если градусная мера одной из дуг на 80° больше градусной меры другой.
82. Найдите вписанный угол, если градусная мера дуги, на которую он опирается, равна: 1) 32° ; 2) 328° ; 3) 2β .
83. Точки K и D лежат на окружности по одну сторону от хорды AB . Найдите угол AKB , если $\angle ADB = 129^\circ$.

84. Точка A окружности и её центр O лежат по разные стороны от хорды MN . Найдите: 1) угол MAN , если $\angle MON = 136^\circ$; 2) угол MON , если $\angle MAN = 129^\circ$.
85. Точки K и D лежат на окружности по разные стороны от хорды AB . Найдите угол ADB , если $\angle AKB = 107^\circ$.
86. Около треугольника DEF описана окружность с центром O . Найдите угол DOF , если: 1) $\angle E = 38^\circ$; 2) $\angle E = 148^\circ$.
87. Точки B , C и D делят окружность на три дуги так, что $\cup BC : \cup CD : \cup BD = 3 : 4 : 5$. Найдите углы треугольника BCD .
88. Около треугольника ABC описана окружность с центром O . Найдите углы AOB , BOC и AOC , если 1) $\angle A = 48^\circ$, $\angle C = 63^\circ$; 2) $\angle A = 37^\circ$, $\angle C = 44^\circ$.
89. Найдите углы равнобедренного треугольника, вписанного в окружность, если боковая сторона этого треугольника стягивает дугу, градусная мера которой равна 38° .
90. Точка O — центр окружности, описанной около равнобедренного треугольника DEF ($DF = EF$). Найдите углы треугольника DEF , если $\angle DOE = 116^\circ$. Сколько решений имеет задача?
91. Точки D и B окружности лежат по одну сторону от диаметра AC (рис. 51). Найдите угол ABD , если $\angle DBC = 122^\circ$.
92. Точки D и B окружности лежат по одну сторону от диаметра AC (рис. 52). Найдите угол ABD , если $\angle DAC = 52^\circ$.
93. Две окружности пересекаются в точках E и F . Через точку E проведены диаметры ED и EK . Найдите углы DEF и KEF , если $\angle EDF = 35^\circ$, $\angle EKF = 50^\circ$.

Рис. 51

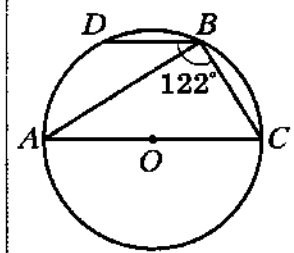
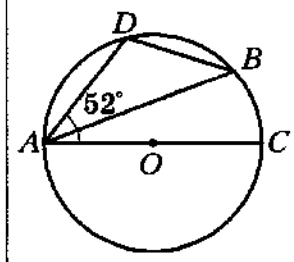


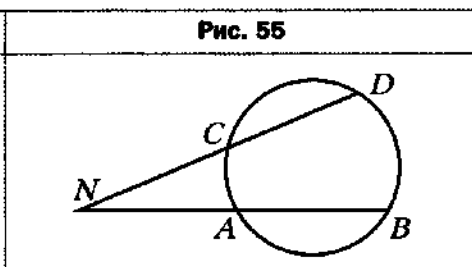
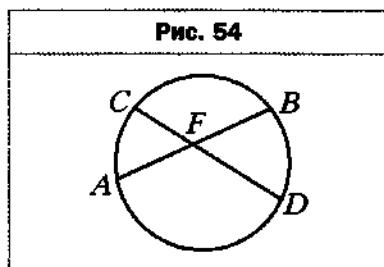
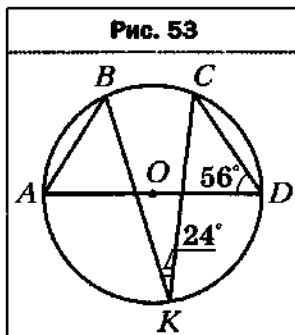
Рис. 52



94. В окружности с центром O проведён диаметр AD (рис. 53). Найдите угол BAD , если $\angle CDA = 56^\circ$, $\angle BKC = 24^\circ$.

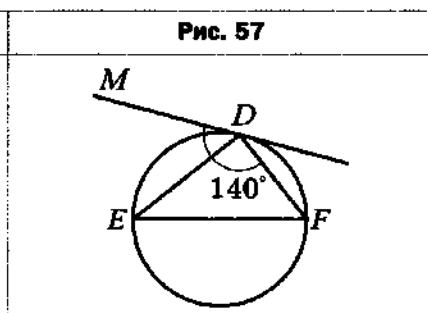
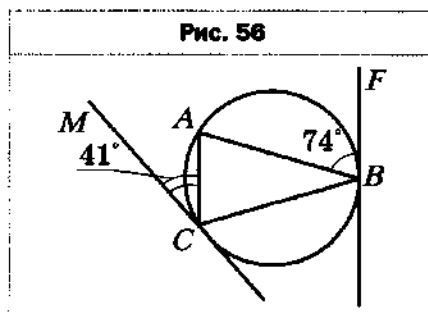
95. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке F (рис. 54). Найдите угол AFD , если $\angle ADB = 142^\circ$, $\angle BCF = 116^\circ$.

96. Хорды AB и CD окружности не пересекаются, а прямые AB и CD пересекаются в точке N (рис. 55). Найдите угол BND , если $\angle ACB = 24^\circ$, $\angle BDC = 72^\circ$.



97. Прямые BF и CM касаются окружности, описанной около треугольника ABC , в точках B и C соответственно (рис. 56). Найдите углы треугольника ABC , если $\angle ABF = 74^\circ$, $\angle ACM = 41^\circ$.

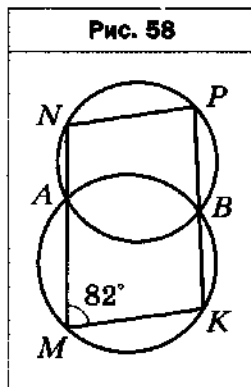
98. Через точку D окружности проведена касательная DM , не параллельная диаметру EF (рис. 57). Найдите углы треугольника DEF , если $\angle MDF = 140^\circ$.



99. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 86° . На основании треугольника как на диаметре построена полуокружность, которую другие стороны треугольника делят на три дуги. Найдите градусные меры образовавшихся дуг.

Описанная и вписанная окружности четырёхугольника

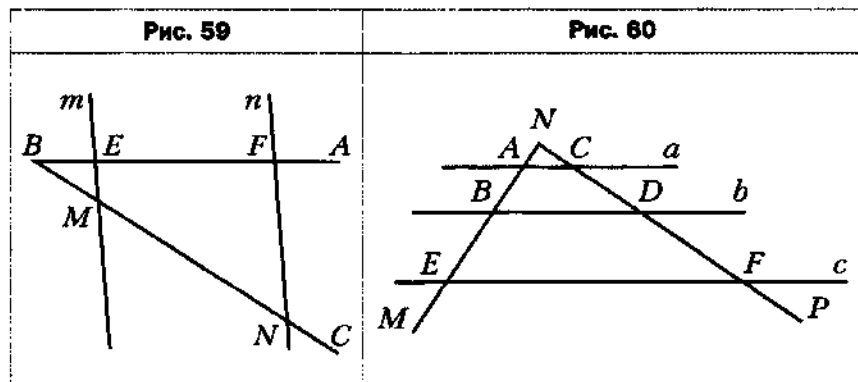
100. Можно ли описать окружность около четырёхугольника $ABCD$, если: 1) $\angle A = 64^\circ$, $\angle B = 116^\circ$; 2) $\angle B = 82^\circ$, $\angle D = 108^\circ$?
101. Найдите углы A и B четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, если $\angle C = 37^\circ$, $\angle D = 106^\circ$.
102. Один из углов трапеции, вписанной в окружность, равен 114° . Найдите остальные углы трапеции.
103. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол B на 14° меньше угла C и в 5 раз меньше угла D . Найдите углы четырёхугольника.
104. В четырёхугольнике $ABCD$ $\angle BAD = 74^\circ$, $\angle BCD = 106^\circ$, $\angle ABD = 47^\circ$, $\angle CBD = 58^\circ$. Найдите угол между диагоналями четырёхугольника, противолежащий стороне BC .
105. Две окружности пересекаются в точках A и B . Прямая, проходящая через точку A , пересекает окружности в точках M и N , а прямая, проходящая через точку B , — в точках K и P (рис. 58). Найдите угол MNP , если $\angle KMN = 82^\circ$.
106. Равнобокая трапеция вписана в окружность, центр которой лежит на большем основании. Угол между диагоналями трапеции, противолежащий её боковой стороне, равен 44° . Найдите углы трапеции.
107. В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность. Найдите сторону AB , если $BC = 4$ см, $CD = 8$ см, $AD = 11$ см.
108. Можно ли вписать окружность в четырёхугольник $MNPК$, если:



- 1) $MN = 4$ см, $NP = 9$ см, $PK = 7$ см, $MK = 3$ см;
 2) $MN = 9$ см, $NP = 5$ см, $PK = 8$ см, $MK = 12$ см?
109. Боковые стороны трапеции, в которую можно вписать окружность, равны 5 см и 11 см. Найдите периметр трапеции.
110. Средняя линия трапеции равна 16 см, а периметр — 64 см. Докажите, что в данную трапецию можно вписать окружность.
111. Точка касания окружности, вписанной в равнобокую трапецию, делит её боковую сторону на отрезки, один из которых равен 12 см. Найдите основания трапеции, если её периметр равен 64 см.
112. Радиус окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, равен 8 см, а средняя линия этой трапеции равна 18 см. Найдите большую боковую сторону трапеции.

Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках

113. Начертите произвольный отрезок AB и постройте на нём точку C такую, что $AC : CB = 3 : 4$.
114. Параллельные прямые m и n пересекают стороны угла ABC (рис. 59). Найдите отрезок MN , если $BE = 4$ см, $EF = 12$ см, $BM = 5$ см.
115. Параллельные прямые a , b и c пересекают стороны угла MNP (рис. 60). Найдите отрезки BE и CF , если $AN = 2$ см, $NC = 3$ см, $DF = 9$ см, $AB = 4$ см.



116. Параллельные прямые c и d пересекают стороны угла ABC (рис. 61). Найдите отрезок EF , если $BE = 4$ см, $MN = 9$ см, $BN = EF$.

117. В прямоугольном треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $AC = 24$ см. Точка K — середина катета AC . Найдите расстояние от точки K до гипотенузы AB .

118. В треугольнике ABC известно, что $AC = 10$ см, $BC = 4$ см. Через середину стороны AB проведены прямые, параллельные сторонам AC и BC . Найдите периметр образовавшегося четырёхугольника.

119. Через точку K — середину боковой стороны CD трапеции $ABCD$ — проведена прямая, параллельная стороне AB и пересекающая основание AD в точке P . Найдите отрезок KP , если $AB = 14$ см.

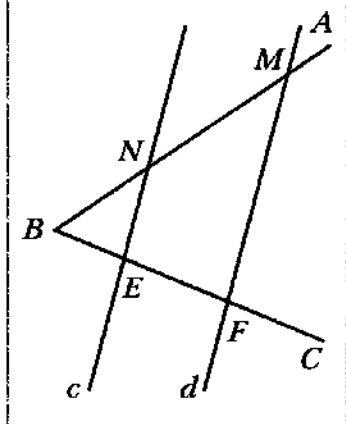
120. В окружности проведены хорды BA и BC . Расстояние от середины хорды BC до хорды BA равно 5 см. Найдите угол CAB , если $AC = 20$ см.

121. Диагональ трапеции делит её среднюю линию на отрезки, один из которых на 3 см меньше другого. Найдите меньшее основание трапеции, если её большее основание равно 14 см.

122. Меньшее основание трапеции равно 6 см. Диагонали трапеции пересекают её среднюю линию в точках M и N . Найдите большее основание трапеции, если $MN = 4$ см.

123. Боковую сторону трапеции разделили на 4 равных отрезка и через точки деления провели прямые, параллельные основаниям. Два меньших отрезка этих прямых, принадлежащие трапеции, равны 4 см и 7 см. Найдите основания трапеции.

Рис. 61

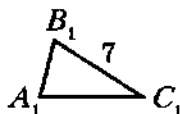
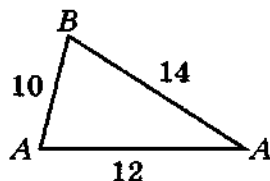


124. Сторону AB треугольника ABC разделили на 3 равных отрезка и через точки деления провели прямые, параллельные стороне BC . Найдите отрезки этих прямых, принадлежащие треугольнику ABC , если наименьший из этих отрезков на 6 см меньше стороны BC .
125. В равнобедренном треугольнике ABC ($AC = BC$) точка M пересечения медиан удалена от вершины C на 10 см. Найдите расстояние от точки M до основания.
126. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) медианы пересекаются в точке M , точка O — середина AB . Найдите гипотенузу AB , если $OM = 4$ см.
127. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точка пересечения медиан удалена от вершины B на 4 см. Найдите расстояние от середины боковой стороны треугольника ABC до его основания.
128. Отрезок AK — биссектриса треугольника ABC . Найдите:
- 1) отрезки BK и KC , если $AB = 8$ см, $AC = 12$ см, $BC = 10$ см;
 - 2) сторону AB , если $BK : KC = 3 : 7$, $AC = 28$ см;
 - 3) стороны AB и AC , если $AC - AB = 9$ см, $BK : KC = 4 : 7$.
129. Стороны треугольника равны 15 см, 18 см и 22 см. Окружность, центр которой принадлежит большей стороне треугольника, касается двух других сторон. Найдите отрезки, на которые центр окружности делит сторону треугольника.
130. В треугольнике ABC $AB = 10$ см, $BC = 9$ см, $AC = 17$ см. В каком отношении центр окружности, вписанной в треугольник, делит его биссектрису AM ?
131. На медиане AD треугольника ABC отметили точку M так, что $AM : MD = 5 : 3$. В каком отношении прямая BM делит сторону AC ?
132. На сторонах AC и BC треугольника ABC отметили точки E и F соответственно. Отрезки AF и BE пересекаются в точке K . В каком отношении точка K делит отрезок BE , если $AE : EC = 1 : 3$ и $BF : FC = 3 : 8$?

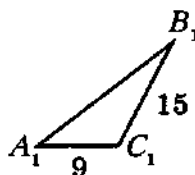
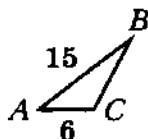
Подобные треугольники

133. Известно, что $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, причём стороне AB соответствует сторона A_1B_1 , а стороне BC — сторона B_1C_1 (рис. 62). Найдите неизвестные стороны этих треугольников (размеры сторон даны в сантиметрах).

Рис. 62



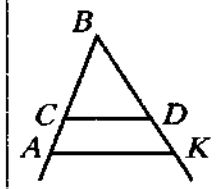
а



б

134. Стороны треугольника относятся как $5 : 11 : 14$. Найдите стороны подобного ему треугольника, если:
- его периметр равен 120 см;
 - его средняя по длине сторона равна 55 см;
 - сумма его наибольшей и средней по длине сторон равна 50 см.
135. Известно, что $\triangle ABC \stackrel{0,75}{\sim} \triangle A_1B_1C_1$, причём $\angle A = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$. Найдите стороны треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, если $AC + A_1C_1 = 112$ см и $A_1B_1 : B_1C_1 : A_1C_1 = 4 : 5 : 8$.
136. Найдите подобные треугольники на рисунке 63, если известно, что $CD \parallel AK$. Запишите пропорции, начинающиеся с отношения:

Рис. 63



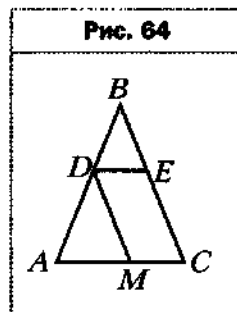
- $\frac{BC}{BA}$;
- $\frac{AK}{CD}$.

137. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке K . Меньшее основание BC трапеции равно 4 см, $KB = 5$ см, $AB = 7$ см. Найдите большее основание трапеции.

138. В треугольник ABC вписан параллелограмм $DECM$ (рис. 64). Найдите сторону BC треугольника, если $AC = 10$ см, $MC = 4$ см, $DM = 9$ см.

139. В треугольник ABC вписан ромб $CDKF$ так, что угол C у них общий, а вершина K принадлежит стороне AB . Найдите сторону AC треугольника, если сторона ромба равна 4 см и $BF = 3$ см.

140. В треугольник со стороной 12 см вписан прямоугольник, стороны которого равны 8 см и 5 см. Большая сторона прямоугольника принадлежит данной стороне треугольника. Найдите высоту треугольника, проведённую к данной стороне.



Первый признак подобия треугольников

141. На рисунке 65 $\angle MND = \angle FDN$. Подобны ли треугольники MNA и FDA ? В случае положительного ответа укажите пары соответственных сторон.
142. На рисунке 66 $\angle ABC = \angle ADB$. Найдите на рисунке подобные треугольники и докажите их подобие.
143. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BM и CN (рис. 67). Докажите подобие треугольников ABM и BCN .

Рис. 65

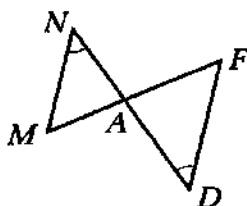


Рис. 66

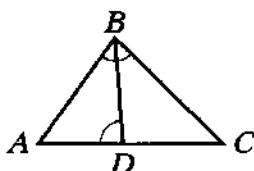
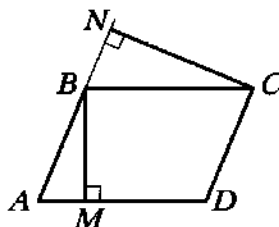
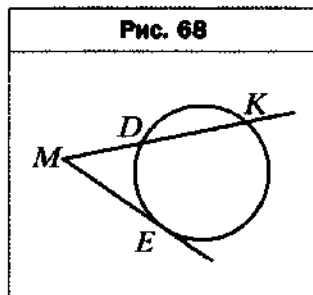


Рис. 67



144. Расстояния между противоположными сторонами параллелограмма равны 12 см и 18 см, а его меньшая сторона — 24 см. Найдите большую сторону параллелограмма.
145. Периметр параллелограмма равен 64 см, а его высоты — 7 см и 9 см. Найдите стороны параллелограмма.
146. Точка пересечения диагоналей трапеции делит одну из диагоналей на отрезки длиной 7 см и 11 см. Найдите основания трапеции, если их разность равна 16 см.
147. В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) K — точка пересечения диагоналей, $AK : KC = 9 : 4$, $KD - BK = 10$ см. Найдите диагональ BD трапеции.
148. На стороне AC треугольника ABC отметили точку D так, что $\angle ABD = \angle BCA$. Известно, что $AB = 3$ см, $AC = 6$ см. Найдите отрезок AD .
149. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке K . Найдите отрезок AK , если $KB = 8$ см, $CK = 6$ см, $KD = 4$ см.
150. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке K , $CK = 6$ см, $DK = 8$ см, а отрезок AK в 3 раза больше отрезка BK . Найдите отрезки AK и BK .
151. Точка E удалена на 6 см от центра окружности радиуса 10 см. Через точку E проведена хорда длиной 16 см. Найдите отрезки, на которые точка E делит эту хорду.
152. Через точку M проведены к окружности касательная ME (E — точка касания) и секущая MK , пересекающая окружность в точках K и D (рис. 68). Найдите отрезок MK , если $ME = 6$ см, $MD = 4$ см.
153. Через точку M проведены к окружности касательная MA (A — точка касания) и секущая, пересекающая окружность в точках B и C (точка B лежит между точками M и C). Найдите отрезок MB , если $AM = 18$ см и $MB : BC = 4 : 5$.

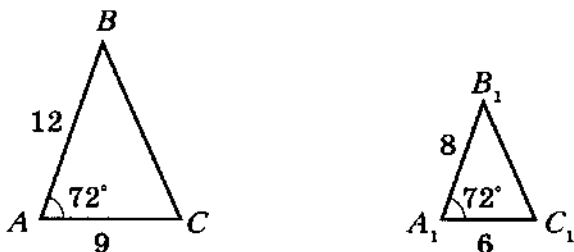
Рис. 68



Второй и третий признаки подобия треугольников

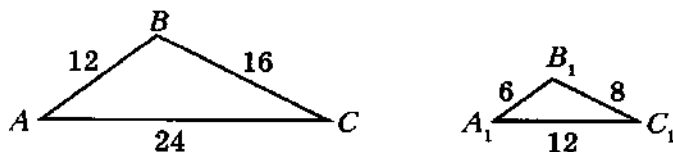
154. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, изображённые на рисунке 69, подобны (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 69



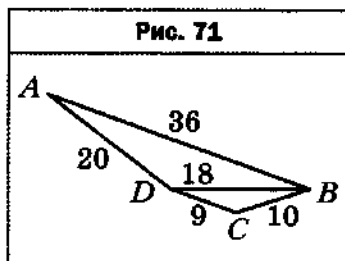
155. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $BC : A_1C_1 = AC : B_1C_1 = 1,5$, $\angle C = \angle C_1$. Найдите стороны AB и A_1B_1 , если их разность равна 3 см.
156. В треугольнике ABC известно, что $AC = 54$ см, $BC = 42$ см. На стороне BC отложили отрезок CD , равный 7 см, а на стороне AC — отрезок CN , равный 9 см. Подобны ли треугольники ABC и NDC ?
157. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, изображённые на рисунке 70, подобны (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 70



158. Подобны ли треугольники, если их стороны равны:
- 1) 9 см, 10 см, 14 см и 36 см, 40 см, 56 см;
 - 2) 13 см, 11 см, 7 см и 39 см, 33 см, 22 см?

159. Подобны ли треугольники ABD и BDC , изображённые на рисунке 71 (длины отрезков даны в сантиметрах)?



160. Через вершины A и C треугольника ABC проведена окружность, пересекающая стороны AB и BC в точках P и K соответственно. Докажите, что треугольники ABC и PBK подобны. Найдите стороны AB и BC , если $PB = 4$ см, $BK = 5$ см, $PK = 6$ см, $AC = 18$ см.
161. В треугольнике ABC на стороне BC отмечена точка M . Известно, что $AM = 8$ см, $\frac{MB}{AB} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{4}$. Найдите сторону AC .
162. В треугольнике ABC проведена высота CE . Известно, что $AE = 2$ см, $BE = 8$ см, $CE = 4$ см. Докажите, что $\angle ACB = 90^\circ$.

Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике

163. Найдите высоту прямоугольного треугольника, проведённую из вершины прямого угла, если она делит гипотенузу на отрезки длиной 12 см и 27 см.
164. Высота прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, делит её на отрезки длиной 40 см и 10 см. Найдите катеты треугольника.
165. Катет прямоугольного треугольника равен 15 см, а его проекция на гипотенузу — 9 см. Найдите гипотенузу треугольника.
166. Найдите высоту и боковую сторону равнобокой трапеции, основания которой равны 10 см и 8 см, а диагонали перпендикулярны боковым сторонам.
167. Перпендикуляр, проведённый из точки пересечения диагоналей ромба к стороне, делит её на отрезки длиной 4 см и 25 см. Найдите диагонали ромба.
168. Точка касания окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, делит большую боковую сторону на от-

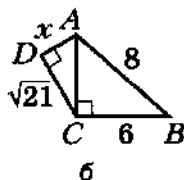
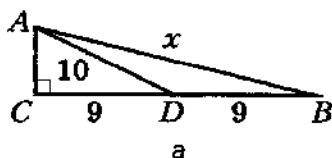
резки длиной 2 см и 32 см. Найдите периметр трапеции.

169. Точка касания окружности, вписанной в равнобокую трапецию, делит её боковую сторону на отрезки длиной 8 см и 2 см. Найдите радиус вписанной окружности и основания трапеции.
170. Дан отрезок длиной 1 см. Постройте отрезок длиной $\sqrt{5}$ см.

Теорема Пифагора

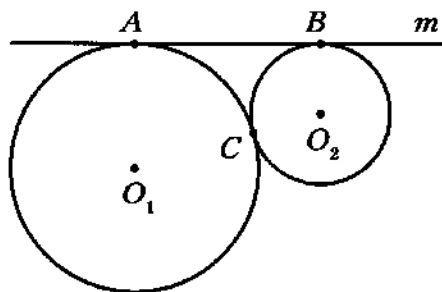
171. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если его катеты равны 5 см и 12 см.
172. Найдите катет прямоугольного треугольника, если его гипотенуза и второй катет соответственно равны 9 см и 5 см.
173. Сторона квадрата равна $4\sqrt{2}$ см. Найдите его диагональ.
174. Одна из сторон прямоугольника равна 16 см. Найдите вторую сторону прямоугольника и его диагональ, если их длины относятся как 3 : 5.
175. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 12 см, а высота, проведённая к основанию, — 7 см. Найдите основание треугольника.
176. Диагонали ромба равны 14 см и 48 см. Найдите сторону ромба.
177. Две стороны прямоугольного треугольника равны 4 см и 7 см. Найдите третью сторону треугольника. Сколько решений имеет задача?
178. Найдите длину неизвестного отрезка x на рисунке 72 (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 72



179. Высота равнобокой трапеции равна 9 см, а средняя линия — 12 см. Найдите диагональ трапеции.
180. В параллелограмме $ABCD$ высота BE делит сторону AD на отрезки $AE = 8$ см и $ED = 20$ см. Найдите диагональ BD параллелограмма, если его сторона AB равна 17 см.
181. Гипотенуза и один из катетов прямоугольного треугольника относятся как 13 : 12, а второй катет равен 15 см. Найдите неизвестные стороны треугольника.
182. Основание равнобедренного треугольника относится к проведённой к нему высоте как 8 : 3. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 72 см.
183. Катет прямоугольного треугольника равен 5 см, а медиана, проведённая к другому катету, — 13 см. Найдите гипотенузу треугольника.
184. В треугольнике ABC известно, что $AC = 13$ см, $AB = 15$ см, а высота AE равна 12 см. Найдите сторону BC треугольника. Сколько решений имеет задача?
185. В равнобедренном треугольнике ABC ($AC = BC$) проведена высота BE . Известно, что $CE = 1$ см, $AE = 24$ см. Найдите основание AB треугольника. Сколько решений имеет задача?
186. Из точки к прямой проведены две наклонные. Длина одной из них равна 15 см, а её проекция на эту прямую — 12 см. Найдите длину второй наклонной, если она образует с прямой угол 45° .
187. Из точки к прямой проведены две наклонные, длины которых равны 5 см и 7 см. Найдите расстояние от точки до данной прямой, если разность проекций наклонных на эту прямую равна 4 см.
188. В равнобокую трапецию вписана окружность, радиус которой равен 8 см. Найдите основания трапеции, если их разность равна 24 см.
189. Две окружности, радиусы которых равны 16 см и 9 см, имеют одну общую точку C (рис. 73). Прямая m касается этих окружностей в точках A и B . Найдите отрезок AB .

Рис. 73



190. Точки C и D лежат в разных полуплоскостях относительно прямой b . Из этих точек к прямой b проведены перпендикуляры CE и DF . Найдите отрезок CD , если $CE = 1$ см, $DF = 7$ см, $EF = 15$ см.
191. Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника делит гипотенузу на отрезки длиной 15 см и 20 см. Найдите периметр треугольника.
192. Постройте отрезок x , если $x = \sqrt{4a^2 + b^2}$, где a и b — длины данных отрезков.

Тригонометрические функции острого угла
прямоугольного треугольника

193. Постройте угол:
- 1) синус которого равен $\frac{2}{9}$;
 - 2) котангенс которого равен 3.
194. Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника соответственно равны 6 см и 10 см. Найдите:
- 1) синус угла, противолежащего большему катету;
 - 2) косинус угла, прилежащего к меньшему катету;
 - 3) котангенс угла, противолежащего большему катету.
195. Найдите значение выражения:
- 1) $\operatorname{ctg}^2 60^\circ + \sin 30^\circ$;
 - 2) $4\cos^2 45^\circ + \operatorname{tg}^2 30^\circ$.
196. Найдите $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{6}$.

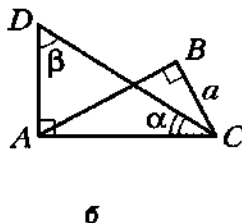
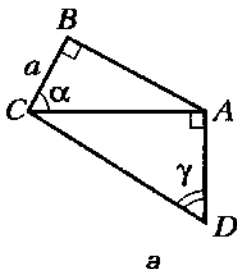
197. Найдите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{3}$.
198. Основание равнобедренного треугольника равно 10 см, а боковая сторона — 13 см. Найдите тангенс угла при основании треугольника.
199. В равнобокой трапеции $ABCD$ известно, что $AB = CD = 2$ см, $BC = 6\sqrt{2}$ см, $AD = 8\sqrt{2}$ см. Найдите углы трапеции.

Решение прямоугольных треугольников

200. Найдите неизвестные стороны прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$), если:
- 1) $AC = 3$ см, $\cos A = \frac{1}{4}$; 4) $AC = 6$ см, $\cos B = \frac{1}{3}$;
2) $BC = 5$ см, $\sin A = \frac{2}{3}$; 5) $AB = 12$ см, $\cos B = \frac{4}{5}$;
3) $AC = 8$ см, $\operatorname{tg} B = 3$; 6) $AB = 8$ см, $\operatorname{ctg} B = \frac{6}{7}$.
201. Решите прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$) по известным элементам:
- 1) $AB = 12$ см, $\angle B = 53^\circ$;
2) $AC = 10$ см, $\angle B = 73^\circ$;
3) $AB = 14$ см, $BC = 6$ см;
4) $BC = 9$ см, $AC = 12$ см.
202. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) известно, что высота BD равна 6 см, $\angle A = 24^\circ$. Найдите боковую сторону и основание треугольника.
203. Из точки, находящейся на расстоянии 8 см от прямой, проведены две наклонные, образующие с этой прямой углы 30° и 45° . Найдите длины наклонных.
204. Из точки, находящейся на расстоянии 10 см от прямой, проведены две наклонные, образующие с прямой углы 30° и 60° . Найдите расстояние между основаниями наклонных. Сколько решений имеет задача?
205. Диагональ BD прямоугольника $ABCD$ равна d и образует со стороной CD угол β . Найдите стороны прямоугольника.

206. Сторона ромба равна a , а один из углов равен α . Найдите диагонали ромба.
207. Используя данные рисунка 74, найдите отрезки AD и CD .

Рис. 74



208. В равнобокой трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 18 см и 12 см, а боковая сторона образует с основанием AD угол 30° . Найдите диагональ трапеции.
209. В прямоугольном треугольнике ABC (рис. 75) $\angle C = 90^\circ$, $BK = m$, $\angle CBK = \alpha$, $\angle ABK = \beta$. Найдите отрезок AK .
210. В трапеции $ABCD$ (рис. 76) $BC = 4$ см, $CD = 6$ см, $\angle A = 60^\circ$, $\angle D = 135^\circ$. Найдите основание AD трапеции.

Рис. 75

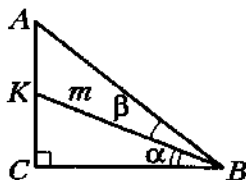
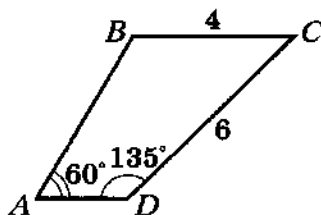


Рис. 76



Многоугольники

211. Найдите сумму углов выпуклого десятиугольника.
212. Существует ли выпуклый многоугольник, сумма углов которого равна: 1) 1560° ; 2) 1620° ?

213. Может ли наибольший угол выпуклого шестиугольника быть равным 119° ?
214. Сколько диагоналей можно провести в восьмиугольнике?
215. В выпуклом многоугольнике сумма углов равна 2340° . Найдите количество его сторон и диагоналей.
216. В выпуклом многоугольнике 14 диагоналей. Найдите количество его сторон и сумму углов.
217. Все стороны шестиугольника, вписанного в окружность, равны. Найдите его углы.
218. Все углы семиугольника, описанного около окружности, равны, а его периметр равен 56 см. Найдите стороны семиугольника.
219. Серединные перпендикуляры пяти сторон шестиугольника пересекаются в одной точке. Докажите, что около этого шестиугольника можно описать окружность.
220. Биссектрисы шести углов семиугольника пересекаются в одной точке. Докажите, что в этот семиугольник можно вписать окружность.

Понятие площади многоугольника.

Площадь прямоугольника

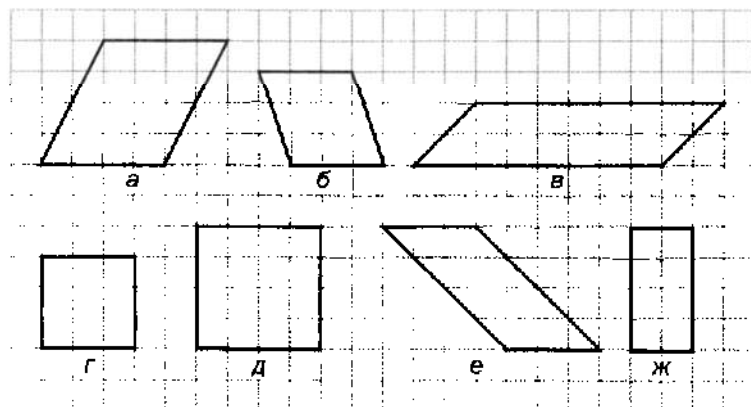
221. Диагональ прямоугольника равна $12\sqrt{3}$ см и образует со стороной угол 60° . Найдите площадь прямоугольника.
222. Площадь прямоугольника равна 54 см^2 . Найдите его стороны, если они относятся как 2 : 3.
223. Площадь прямоугольника равна 48 см^2 . Найдите его стороны, если их сумма равна 14 см.
224. Квадрат и прямоугольник равновелики. Сторона квадрата равна 12 см, а стороны прямоугольника относятся как 4 : 9. Найдите стороны прямоугольника.
225. Найдите радиус окружности, описанной около квадрата, площадь которого равна 60 см^2 .
226. Как изменится площадь квадрата, если его сторону:
1) увеличить в 5 раз;
2) уменьшить в n раз?

227. Как изменится площадь прямоугольника, если:
- 1) одну из его сторон увеличить в 8 раз;
 - 2) одну сторону уменьшить в 11 раз, а другую — в 10 раз;
 - 3) одну сторону увеличить в $\sqrt{8}$ раз, а другую уменьшить в $\sqrt{2}$ раз?
228. Биссектриса угла прямоугольника делит одну из его сторон на отрезки длиной 4 см и 7 см. Найдите площадь прямоугольника. Сколько решений имеет задача?
229. Биссектриса угла прямоугольника делит его диагональ на отрезки длиной 1 см и 3 см. Найдите площадь прямоугольника.
230. Стороны двух данных квадратов равны a и b ($a > b$). Постройте квадрат, площадь которого равна $4a^2 - b^2$.

Площадь параллелограмма

231. Найдите площадь параллелограмма, сторона которого равна 16 см, а высота, проведённая к ней, — 9 см.
232. Какие из параллелограммов, изображённых на рисунке 77, равновелики?

Рис. 77



233. Площадь параллелограмма равна 40 см^2 , а его высоты — 8 см и 10 см . Найдите стороны параллелограмма.
234. Высоты параллелограмма равны 4 см и 16 см , а одна из его сторон — 8 см . Найдите вторую сторону параллелограмма. Сколько решений имеет задача?
235. Найдите площадь параллелограмма, диагонали которого равны 16 см и 20 см , а одна из диагоналей перпендикулярна меньшей стороне.
236. Стороны параллелограмма равны 8 см и 12 см , а его острый угол равен 30° . Найдите площадь параллелограмма.
237. Высота, проведённая из вершины тупого угла ромба, делит сторону на отрезки длиной 6 см и 4 см , считая от вершины острого угла. Найдите площадь ромба.
238. Перпендикуляр, проведённый из точки пересечения диагоналей ромба к его стороне, делит её на отрезки длиной 4 см и 16 см . Найдите площадь ромба.

Площадь треугольника

239. Сторона треугольника равна 12 см , а высота, проведённая к ней, — $5,5 \text{ см}$. Найдите площадь треугольника.
240. Найдите площадь прямоугольного треугольника, катеты которого равны 8 см и 12 см .
241. Площадь треугольника равна 98 см^2 , а одна из его высот — 14 см . Найдите сторону треугольника, к которой проведена эта высота.
242. Какие из треугольников, изображённых на рисунке 78, равновелики?
243. Найдите площадь равнобедренного треугольника, боковая сторона которого равна 17 см , а высота, проведённая к основанию, — 15 см .
244. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 9 см и $3\sqrt{2} \text{ см}$, а угол между ними равен: 1) 45° ; 2) 150° .
245. Сторона квадрата $ABCD$ равна 9 см . На его сторонах AD и CD отмечены точки K и E так, что $AK = 4 \text{ см}$, $CE = 2 \text{ см}$ (рис. 79). Найдите площадь треугольника BEK .

Рис. 78

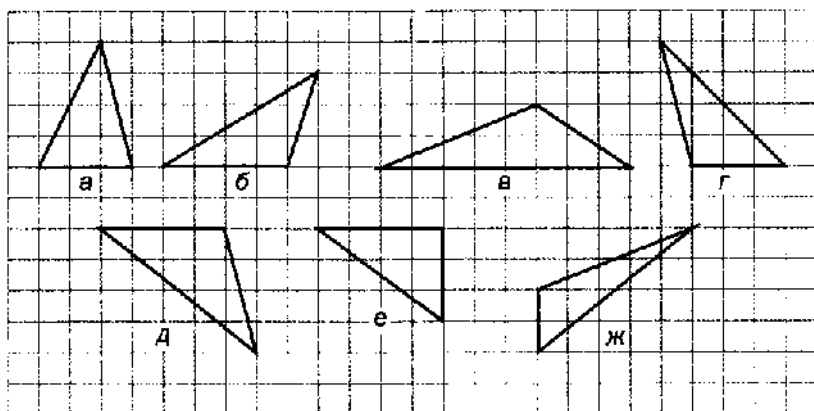


Рис. 79

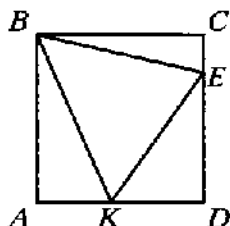
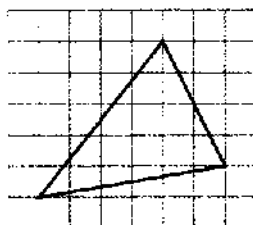
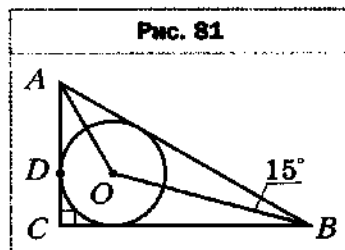


Рис. 80



246. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке 80, если длина стороны клетки равна единице длины.
247. В треугольнике ABC высоты, проведённые из вершин A и B , относятся как $7 : 9$. Найдите отношение сторон BC и AC .
248. Катет прямоугольного треугольника равен 10 см, а гипотенуза — 26 см. Найдите высоту треугольника, проведённую к гипотенузе.
249. Высота CK равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) равна 6 см. Найдите площадь треугольника ABC , если $BK = 8$ см.

250. Основание равнобедренного треугольника равно 30 см. Найдите площадь треугольника, если отношение его боковой стороны к высоте, проведённой к основанию, равно $17 : 8$.
251. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 37 см, а сумма катетов — 47 см.
252. Найдите площадь ромба, диагонали которого равны 9 см и 4 см.
253. Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна 6 см.
254. Найдите площадь ромба, сторона которого равна 15 см, а сумма диагоналей — 42 см.
255. Найдите площадь ромба, если его сторона относится к одной из диагоналей как $5 : 8$, а высота равна 24 см.
256. Перпендикуляр, проведённый из середины основания равнобедренного треугольника к боковой стороне, делит её на отрезки длиной 1 см и 16 см. Найдите площадь треугольника.
257. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 34 см, а радиус вписанной окружности — 6 см.
258. В прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$) вписана окружность с центром O (рис. 81), D — точка касания окружности со стороной AC . Найдите площадь треугольника ABC , если $AD = 6$ см, $\angle ABO = 15^\circ$.
259. Площадь треугольника ABC равна 98 см^2 . Точка M делит его сторону AB в отношении $4 : 3$, считая от точки B . Найдите площади треугольников ACM и BCM .
260. Точка K делит медиану CM треугольника ABC в отношении $2 : 3$, считая от точки C . Найдите отношение площадей треугольников: 1) ACK и BCM ; 2) AKM и ABC .
261. Биссектриса угла A треугольника ABC разбивает его на два треугольника, площади которых относятся как



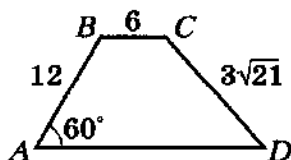
4 : 7. Найдите отношение сторон AB и AC треугольника.

262. Через вершину треугольника проведите прямую так, чтобы она разбила его на два треугольника, площади которых относятся как 3 : 1.

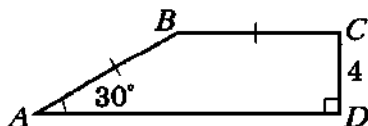
Площадь трапеции

263. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 12 см и 15 см, а высота — 6 см.
264. Основания трапеции равны 9 см и 11 см, а площадь — 150 см^2 . Найдите высоту трапеции.
265. Площадь трапеции равна 96 см^2 , а её высота — 8 см. Найдите основания трапеции, если их разность равна 9 см.
266. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 8 см и 14 см, а боковая сторона равна 10 см и образует с меньшим основанием угол 30° .
267. Основания равнобокой трапеции равны 9 см и 27 см, а диагональ — 30 см. Найдите площадь трапеции.
268. Найдите площадь равнобокой трапеции, меньшее основание которой равно 7 см, боковая сторона — $5\sqrt{2}$ см, а угол при меньшем основании — 135° .
269. Найдите площадь трапеции $ABCD$, изображённой на рисунке 82 (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 82



а



б

270. Основания прямоугольной трапеции равны 3 см и 5 см. Найдите площадь трапеции, если её большая диагональ является биссектрисой прямого угла трапеции.

- 271.** Найдите площадь равнобокой трапеции, основания которой равны 17 см и 33 см, а диагонали делят её острые углы пополам.
- 272.** Разность оснований прямоугольной трапеции равна 9 см, а её боковые стороны относятся как 4 : 5. Найдите площадь трапеции, если её меньшая диагональ равна 13 см.
- 273.** Найдите площадь трапеции, основания которой равны 4 см и 10 см, а углы при большем основании — 45° и 60° .
- 274.** Радиус окружности, вписанной в равнобокую трапецию, равен 8 см, а один из отрезков, на которые точка касания вписанной окружности делит боковую сторону, — 4 см. Найдите площадь трапеции.
- 275.** Меньшая боковая сторона прямоугольной трапеции равна 36 см. Точка касания окружности, вписанной в трапецию, делит её большую боковую сторону на отрезки, длины которых относятся как 1 : 4. Найдите площадь трапеции.
- 276.** Найдите площадь равнобокой трапеции, диагонали которой перпендикулярны, а высота равна 10 см.
- 277.** Площадь равнобокой трапеции равна 144 см^2 , а её диагонали перпендикулярны. Найдите высоту трапеции.

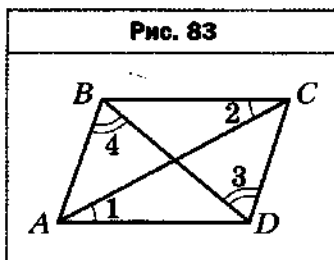
Вариант 3

Четырёхугольник и его элементы

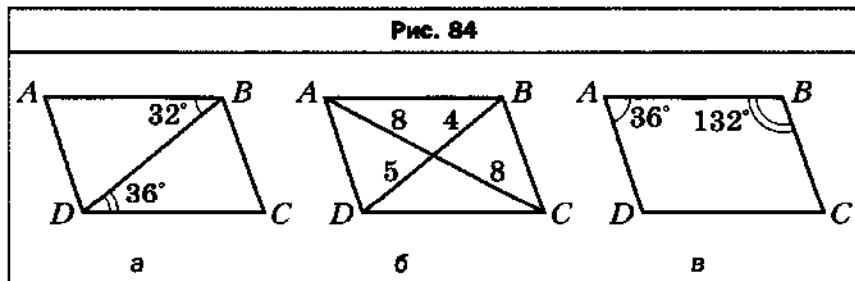
1. Для четырёхугольника $DEFS$ запишите:
 - 1) вершины, соседние с вершиной E ;
 - 2) вершину, противоположащую вершине F ;
 - 3) стороны, соседние со стороной EF ;
 - 4) сторону, противоположащую стороне DS ;
 - 5) диагонали четырёхугольника.
2. Чему равен четвёртый угол четырёхугольника, если три его угла соответственно равны 109° , 117° и 127° ?
3. В четырёхугольнике $ABCD$ угол B равен 146° , а угол C на 32° больше угла A и в 4 раза меньше угла D . Найдите неизвестные углы четырёхугольника.
4. Найдите углы четырёхугольника, если они пропорциональны числам:
 - 1) 3, 4, 5 и 8;
 - 2) 2, 4, 5 и 13.Является ли этот четырёхугольник выпуклым?
5. В четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = AD$, $CB = CD$. Найдите $\angle ABC$, если $\angle ADC = 84^\circ$.
6. В четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle BAC = \angle DCA$, $\angle DAC = \angle BCA$. Найдите сторону BC , если $AD = 12$ см.
7. В четырёхугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD перпендикулярны, а диагональ AC делит диагональ BD на две равные части. Докажите, что $BC = CD$.
8. Периметр четырёхугольника равен 62 см, а периметры треугольников, на которые одна из диагоналей разбивает данный четырёхугольник, равны 39 см и 45 см. Найдите эту диагональ четырёхугольника.
9. Существует ли четырёхугольник, стороны которого равны 6 см, 12 см, 14 см и 33 см?
10. Существует ли четырёхугольник, периметр которого равен 74 см, а диагонали равны:
 - 1) 28 см и 47 см;
 - 2) 17 см и 21 см?

Параллелограмм. Свойства параллелограмма

11. В четырёхугольнике $ABCD$ (рис. 83) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.



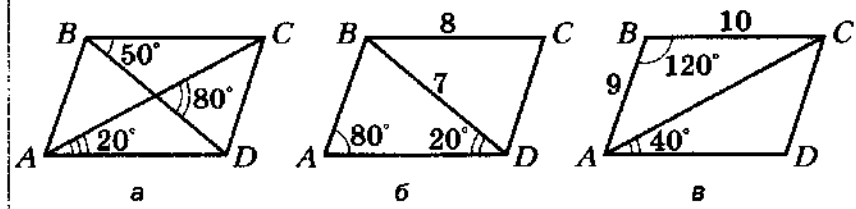
12. Периметр параллелограмма равен 80 см. Найдите стороны параллелограмма, если одна из них на 14 см меньше другой.
13. Периметр параллелограмма равен 98 см. Найдите его стороны, если две из них относятся как 4 : 3.
14. Найдите углы параллелограмма, если:
- 1) один из его углов равен 63° ;
 - 2) сумма двух его углов равна 134° ;
 - 3) один из его углов на 44° меньше другого;
 - 4) один из его углов в 11 раз меньше другого;
 - 5) два его угла относятся как 5 : 13.
15. Даны два параллелограмма $ABCD$ и $PKTF$. Могут ли одновременно выполняться неравенства: $\angle C > \angle T$ и $\angle D > \angle F$?
16. На рисунке 84 изображены параллелограммы. Определите, не выполняя измерений, на каких рисунках величины углов или длины отрезков обозначены неверно (длины отрезков даны в сантиметрах).



17. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите разность периметров треугольников AOB и BOC , если $CD = 11$ см, $AD = 6$ см.

18. На рисунке 85 изображены параллелограммы. Определите, не выполняя измерений, на каких рисунках величины углов или длины отрезков обозначены неверно (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 85

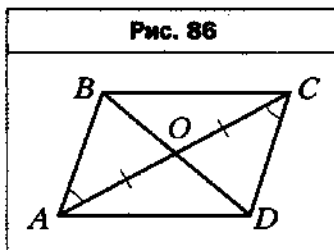
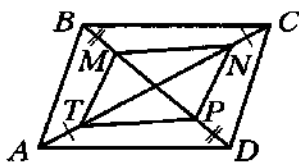
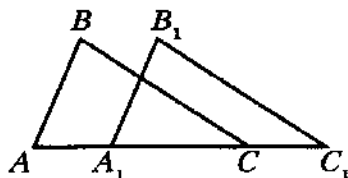


19. Биссектрисы углов B и C параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите сторону BC параллелограмма, если $OC = 6$ см и $\angle BCO = 60^\circ$.
20. В параллелограмме $ABCD$ известно, что $AD = 8$ см, $CD = 11$ см. Биссектриса угла D пересекает сторону AB в точке K . Найдите отрезки AK и KB .
21. Биссектриса угла C параллелограмма $ABCD$ делит сторону AB в отношении $1 : 4$, считая от вершины угла A . Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 72 см.
22. В параллелограмме $ABCD$ угол B равен 60° . Высота AH делит сторону BC в отношении $4 : 7$, считая от вершины острого угла. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 76 см.
23. Два угла параллелограмма относятся как $5 : 7$. Найдите угол между высотами параллелограмма, проведёнными из вершины острого угла.
24. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BH и DE . Найдите периметр параллелограмма, если $BH = 10$ см, $DE = 7$ см, $\angle ABC = 150^\circ$.
25. На основании равнобедренного треугольника отмечена произвольная точка и через неё проведены прямые, параллельные его боковым сторонам. Найдите периметр полученного параллелограмма, если боковая сторона равнобедренного треугольника равна 10 см.

26. Постройте параллелограмм $ABCD$, если заданы точки M и N — середины сторон AB и BC соответственно и точка O — точка пересечения диагоналей параллелограмма.
27. Постройте параллелограмм $ABCD$, если заданы его вершина A , точка M — середина стороны BC , точка O — точка пересечения диагоналей параллелограмма.

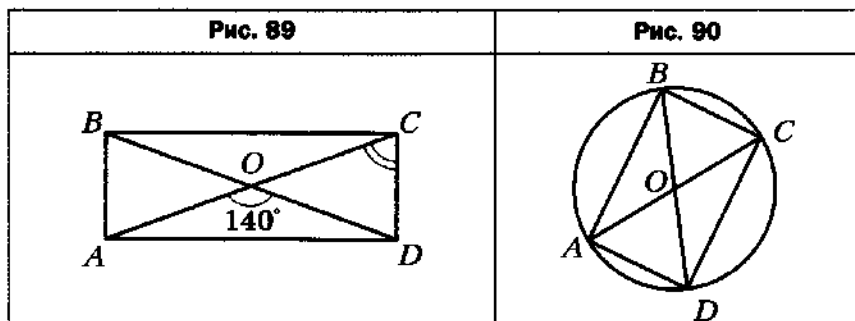
Признаки параллелограмма

28. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Известно, что $AO = OC$. Какое условие должно выполняться для отрезков BO и OD , чтобы четырёхугольник $ABCD$ был параллелограммом?
29. В четырёхугольнике $ABCD$ (рис. 86) $AO = OC$, $\angle ACD = \angle BAC$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм.
30. На рисунке 87 четырёхугольник $ABCD$ — параллелограмм. На диагонали AC отметили точки T и N , а на диагонали BD — точки M и P так, что $AT = CN$, $BM = DP$. Докажите, что четырёхугольник $MNPT$ — параллелограмм.
31. На рисунке 88 $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$. Найдите отрезок A_1C , если $BB_1 = 8$ см, $AC_1 = 18$ см.

**Рис. 87****Рис. 88**

Прямоугольник

32. Диагонали прямоугольника $ABCD$ (рис. 89) пересекаются в точке O , $\angle AOD = 140^\circ$. Найдите угол OCD .
33. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите угол ADB , если он на 135° меньше угла BOC .
34. В окружности с центром O проведены диаметры AC и BD (рис. 90). Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ является прямоугольником. Найдите угол ABD , если $AC = 12$ см, $BC = 6$ см.



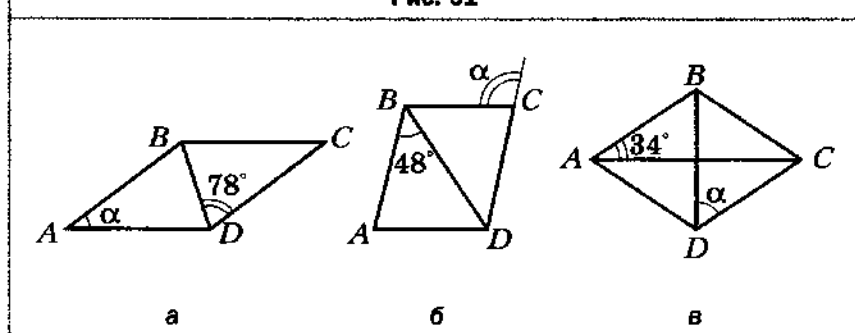
35. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Биссектриса угла COD перпендикулярна стороне CD . Докажите, что $ABCD$ — прямоугольник.
36. Расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника до его меньшей стороны на 8 см больше, чем расстояние до большей стороны. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 72 см.
37. Сумма расстояний от точки пересечения диагоналей прямоугольника до его двух соседних сторон равна 32 см. Найдите стороны прямоугольника, если они относятся как 3 : 5.
38. Сумма гипотенузы прямоугольного треугольника и проведённой к ней медианы равна 27 см. Найдите гипотенузу.
39. В треугольнике ABC известно, что $AB = 14$ см, $\angle A = 35^\circ$, $\angle B = 55^\circ$. Найдите медиану треугольника, проведённую к стороне AB .

40. В окружности проведены перпендикулярные хорды DE и DF . Длина отрезка, соединяющего середины этих хорд, равна 6 см. Найдите расстояние от центра окружности до точки D .

Ромб

41. На рисунке 91 четырёхугольник $ABCD$ — ромб. Найдите угол α .

Рис. 91



42. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, разность которых равна 18° .
43. Найдите углы ромба, если его сторона образует с диагоналями углы, которые относятся как $7 : 8$.
44. Угол между высотами AF и AH , проведёнными из вершины A ромба $ABCD$, равен 36° . Найдите углы, которые образует сторона ромба с его диагоналями.
45. Угол между высотой и диагональю ромба, проведёнными из вершины тупого угла, равен 34° . Найдите углы ромба.
46. Высота ромба, проведённая из вершины его тупого угла, делит сторону ромба пополам. Найдите сторону ромба, если его меньшая диагональ равна 10 см.
47. Биссектриса угла C параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону AD в точке E . Серединный перпендикуляр отрезка CE пересекает сторону BC в точке F . Найдите периметр четырёхугольника $CDEF$, если $DE = 7$ см.

Квадрат

48. Докажите, что параллелограмм, диагонали которого равны и делят его углы пополам, является квадратом.
49. Сумма расстояний от точки пересечения диагоналей квадрата до его сторон равна 20 см. Найдите сторону квадрата.
50. В прямоугольном треугольнике ABC известно, что $AC = BC = 10$ см. Две стороны квадрата $CDEF$ лежат на катетах треугольника ABC , а вершина E принадлежит гипотенузе AB . Найдите отрезок AD .
51. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник. Квадрат со стороной 6 см построен так, что две его вершины лежат на гипотенузе, а две другие — на катетах данного треугольника. Найдите высоту треугольника, проведённую к гипотенузе.
52. На продолжении стороны BC квадрата $ABCD$ за точку C отметили точку K такую, что $\angle KAD = 2\angle CAK$. Найдите отрезок AK , если сторона квадрата равна 4 см.
53. Постройте квадрат по отрезку, соединяющему середины двух соседних его сторон.

Средняя линия треугольника

54. Найдите средние линии треугольника, если его стороны равны 10 см, 16 см и 20 см.
55. Могут ли средние линии треугольника быть равными 5 см, 6 см и 12 см?
56. Периметр треугольника равен 22 см. Найдите периметр треугольника, вершины которого — середины сторон данного треугольника.
57. Периметр треугольника равен 68 см, а его средние линии относятся как 4 : 6 : 7. Найдите стороны данного треугольника.
58. Диагонали четырёхугольника равны 4 см и 9 см, а угол между ними — 64° . Найдите стороны и углы четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырёхугольника.

59. Определите вид четырёхугольника, вершины которого — середины сторон четырёхугольника, диагонали — равны и перпендикулярны.
60. Четырёхугольник, вершины которого — середины сторон данного четырёхугольника, является квадратом. Докажите, что диагонали данного четырёхугольника равны и перпендикулярны.
61. Точки P , Q , R и S — середины сторон AB и CD и диагоналей AC и BD четырёхугольника $ABCD$ соответственно. Найдите сторону PR четырёхугольника $PRQS$, если $SQ = 6$ см.
62. На сторонах AC и AB треугольника ABC отмечены такие точки F и N соответственно, что $AF : FC = AN : NB = 1 : 3$. Найдите сторону BC , если $FN = 9$ см.

Трапеция

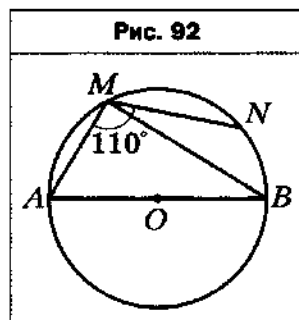
63. Два угла трапеции равны 36° и 62° . Найдите два других её угла.
64. Найдите углы равнобокой трапеции, если её противолежащие углы относятся как $1 : 3$.
65. В прямоугольной трапеции тупой угол в 3 раза больше острого. Найдите углы трапеции.
66. Высота равнобокой трапеции, проведённая из вершины тупого угла, образует с боковой стороной угол 32° . Найдите углы трапеции.
67. Найдите среднюю линию трапеции, если её основания равны 12 см и 14 см.
68. Одно из оснований трапеции равно 14 см, а средняя линия — 9 см. Найдите второе основание трапеции.
69. Средняя линия трапеции равна 24 см, а её основания относятся как $3 : 5$. Найдите основания трапеции.
70. Средняя линия прямоугольной трапеции равна 12 см, а её высота, проведённая из вершины тупого угла, делит основание в отношении $3 : 2$, считая от вершины прямого угла. Найдите основания трапеции.
71. Боковая сторона равнобокой трапеции равна меньшему основанию, а её диагональ образует с боковой стороной угол 23° . Найдите углы трапеции.

72. Одна из диагоналей трапеции перпендикулярна боковой стороне, а тупой угол, противолежащий этой диагонали, равен 112° . Найдите остальные углы трапеции, если её меньшее основание равно второй боковой стороне.
73. В равнобокой трапеции $ABCD$ боковая сторона AB равна 14 см, $\angle ABC = 120^\circ$. Через вершину C трапеции проведена прямая, параллельная стороне AB и пересекающая сторону AD в точке E . Найдите периметр трапеции, если $AE = 10$ см.
74. Основания равнобокой трапеции равны 7 см и 11 см. Найдите отрезки, на которые высота, проведённая из вершины тупого угла, делит большее основание.
75. Меньшее основание равнобокой трапеции равно 10 см. Высота, проведённая из вершины тупого угла, делит большее основание на отрезки, один из которых равен 3 см. Найдите среднюю линию трапеции.
76. В равнобокой трапеции тупой угол равен 120° , а боковая сторона — 24 см. Найдите основания трапеции, если их сумма равна 32 см.
77. Основания равнобокой трапеции равны 11 см и 17 см, а её диагонали перпендикулярны. Найдите высоту трапеции.
78. В трапеции $ABCD$ основания BC и AD соответственно равны 7 см и 15 см. Через точку P — середину боковой стороны AB — проведена прямая, пересекающая основание AD в точке K такой, что $DK = 11$ см. Найдите сторону CD , если $PK = 9$ см.
79. Постройте трапецию по основаниям, высоте и углу между диагональю и высотой.

Центральные и вписанные углы

80. Чему равна градусная мера центрального угла окружности, опирающегося на дугу, составляющую $\frac{3}{8}$ окружности?
81. Найдите градусные меры двух дуг окружности, на которые её делят две точки, если градусная мера одной из дуг на 140° меньше градусной меры другой.

82. Найдите вписанный угол, если градусная мера дуги, на которую он опирается, равна: 1) 38° ; 2) 226° ; 3) $\frac{\gamma}{2}$.
83. Точки M и N лежат на окружности по одну сторону от хорды AB . Найдите угол ANB , если $\angle AMB = 63^\circ$.
84. Точка M окружности и её центр O лежат по разные стороны от хорды AB . Найдите: 1) угол AMB , если $\angle AOB = 152^\circ$; 2) угол AOB , если $\angle AMB = 73^\circ$.
85. Точки M и N лежат на окружности по разные стороны от хорды AB . Найдите угол AMB , если $\angle ANB = 82^\circ$.
86. Около треугольника ABC описана окружность с центром O . Найдите угол AOB , если: 1) $\angle C = 54^\circ$; 2) $\angle C = 136^\circ$.
87. Точки D , E и F делят окружность на три дуги так, что $\cup DE : \cup EF : \cup DF = 2 : 9 : 7$. Найдите углы треугольника DEF .
88. Около треугольника ABC описана окружность с центром O . Найдите углы AOB , BOC и AOC , если 1) $\angle B = 52^\circ$, $\angle C = 64^\circ$; 2) $\angle B = 17^\circ$, $\angle C = 68^\circ$.
89. Найдите углы равнобедренного треугольника, вписанного в окружность, если основание этого треугольника стягивает дугу, градусная мера которой равна 100° .
90. Точка O — центр окружности, описанной около равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$). Найдите углы треугольника ABC , если $\angle BOC = 32^\circ$. Сколько решений имеет задача?
91. Точки M и N окружности лежат по одну сторону от диаметра AB (рис. 92). Найдите угол BMN , если $\angle AMN = 110^\circ$.
92. Точки C и D окружности лежат по одну сторону от диаметра AB (рис. 93). Найдите угол ABD , если $\angle BCD = 36^\circ$.
93. Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точку A проведены диаметры AC и AD . Найдите углы ACB и BAD , если $\angle BAC = 65^\circ$, $\angle ADB = 40^\circ$.



94. В окружности с центром O проведён диаметр AB (рис. 94). Найдите угол CAB , если $\angle CED = 14^\circ$, $\angle ABD = 53^\circ$.

Рис. 93

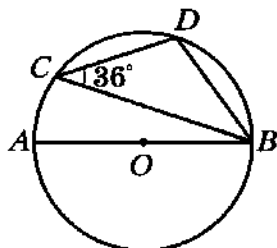
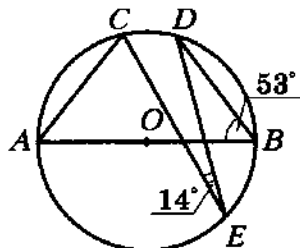


Рис. 94



95. Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке N (рис. 95). Найдите угол BND , если $\sphericalangle AC = 44^\circ$, $\sphericalangle BD = 96^\circ$.

96. Хорды AB и CD окружности не пересекаются, а прямые AB и CD пересекаются в точке M (рис. 96). Найдите угол DMB , если $\sphericalangle AC = 38^\circ$, $\sphericalangle BD = 116^\circ$.

97. Прямые AN и CK касаются окружности, описанной около треугольника ABC , в точках A и C соответственно (рис. 97). Найдите углы треугольника ABC , если $\angle CAN = 82^\circ$, $\angle BCK = 61^\circ$.

Рис. 95

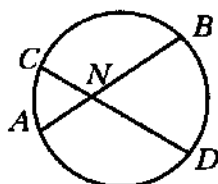


Рис. 96

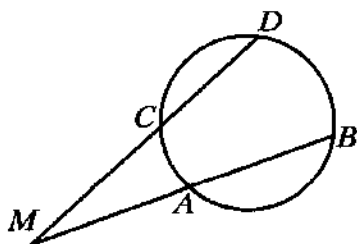
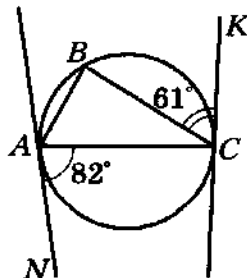
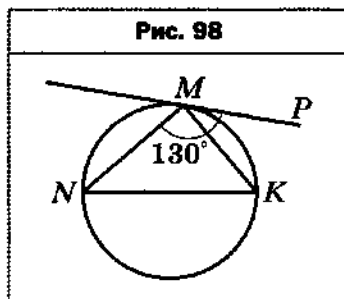


Рис. 97



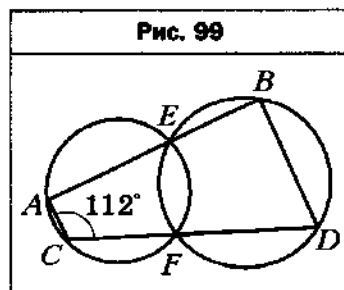
98. Через точку M окружности проведена касательная MP , не параллельная диаметру NK (рис. 98). Найдите углы треугольника MNK , если $\angle PMN = 130^\circ$.



99. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 62° . На боковой стороне треугольника как на диаметре построена полуокружность, которую другие стороны треугольника делят на три дуги. Найдите градусные меры образовавшихся дуг.

Описанная и вписанная окружности четырёхугольника

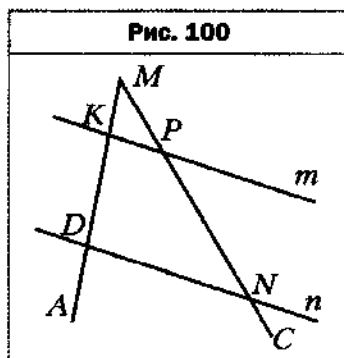
100. Можно ли описать окружность около четырёхугольника $ABCD$, если: 1) $\angle A = 56^\circ$, $\angle C = 124^\circ$; 2) $\angle B = 64^\circ$, $\angle D = 106^\circ$?
101. Найдите углы A и B четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, если $\angle C = 38^\circ$, $\angle D = 134^\circ$.
102. Один из углов трапеции, вписанной в окружность, равен 56° . Найдите остальные углы трапеции.
103. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол C на 11° больше угла D и в 8 раз меньше угла A . Найдите углы четырёхугольника.
104. В четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle ABC = 124^\circ$, $\angle ADC = 56^\circ$, $\angle BAC = 32^\circ$, $\angle CAD = 54^\circ$. Найдите угол между диагоналями четырёхугольника, противолежащий стороне AB .
105. Две окружности пересекаются в точках E и F . Прямая, проходящая через точку E , пересекает окружности в точках A и B , а прямая, проходящая через точку F , — в точках C и D (рис. 99). Найдите угол BDC , если $\angle ACD = 112^\circ$.



- 106.** Равнобокая трапеция вписана в окружность, центр которой лежит на большем основании. Угол между диагоналями трапеции, противолежащий её боковой стороне, равен 26° . Найдите углы трапеции.
- 107.** В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность. Найдите сторону BC , если $AB = 7$ см, $CD = 10$ см, $AD = 12$ см.
- 108.** Можно ли вписать окружность в четырёхугольник $ABCD$, если:
- 1) $AB = 6$ см, $BC = 10$ см, $CD = 11$ см, $AD = 7$ см;
 - 2) $AB = 10$ см, $BC = 14$ см, $CD = 16$ см, $AD = 11$ см?
- 109.** Боковая сторона равнобокой трапеции, в которую можно вписать окружность, равна 12 см. Найдите периметр трапеции.
- 110.** Средняя линия трапеции равна 12 см, а периметр — 48 см. Докажите, что в данную трапецию можно вписать окружность.
- 111.** Точка касания окружности, вписанной в равнобокую трапецию, делит её боковую сторону на отрезки, один из которых равен 5 см. Найдите основания трапеции, если её периметр равен 56 см.
- 112.** Большая боковая сторона прямоугольной трапеции равна 14 см, а средняя линия этой трапеции равна 10 см. Найдите радиус окружности, вписанной в трапецию.

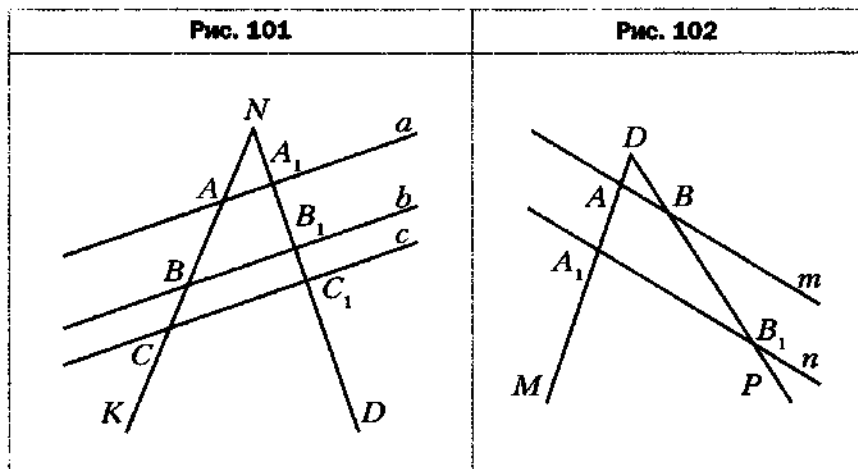
Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках

- 113.** Начертите произвольный отрезок CD и постройте на нём точку E такую, что $CE : ED = 5 : 2$.
- 114.** Параллельные прямые m и n пересекают стороны угла AMC (рис. 100). Найдите отрезок PN , если $MK = 2$ см, $KD = 4$ см, $MP = 3$ см.
- 115.** Параллельные прямые a , b и c пересекают стороны уг-



ла KND (рис. 101). Найдите отрезки NA и AC , если $NA_1 = 5$ см, $AB = 8$ см, $A_1B_1 = 6$ см, $B_1C_1 = 3$ см.

116. Параллельные прямые m и n пересекают стороны угла MDP (рис. 102). Найдите отрезок AA_1 , если $DA = 8$ см, $BB_1 = 18$ см, $AA_1 = DB$.



117. Гипотенуза AB равнобедренного прямоугольного треугольника ABC равна 12 см. Точка N — середина катета AC . Найдите расстояние от точки N до прямой AB .
118. В треугольнике ABC известно, что $AB = 12$ см, $AC = 14$ см. Через середину стороны BC проведены прямые, параллельные сторонам AB и AC . Найдите периметр образовавшегося четырёхугольника.
119. Через точку M — середину боковой стороны CD трапеции $ABCD$ — проведена прямая, параллельная стороне AB и пересекающая основание AD в точке N . Найдите сторону AB , если $MN = 8$ см.
120. В окружности проведены хорды AB и AC . Расстояние между точками B и C равно 16 см. Найдите расстояние от середины хорды AC до хорды AB , если $\angle CBA = 30^\circ$.
121. Диагональ трапеции делит её среднюю линию на отрезки, один из которых в 2 раза меньше другого. Найдите большее основание трапеции, если её меньшее основание равно 4 см.

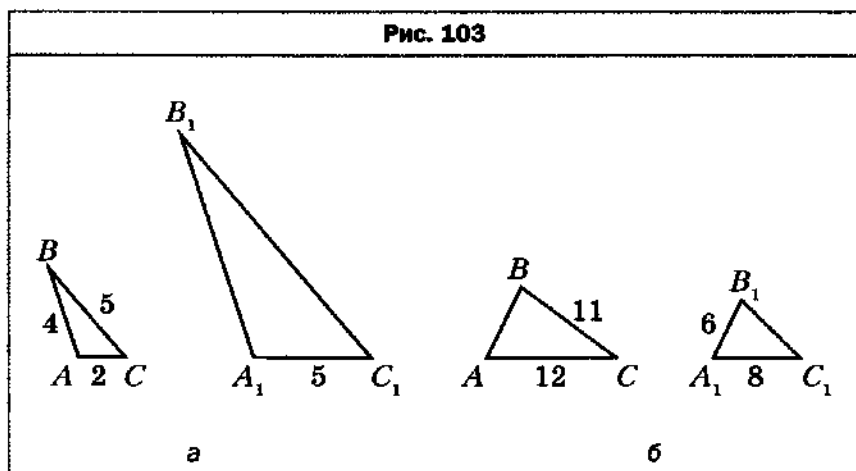
122. Большее основание трапеции равно 16 см. Диагонали трапеции пересекают её среднюю линию в точках E и F . Найдите меньшее основание трапеции, если $EF = 3$ см.
123. Боковую сторону трапеции разделили на 4 равных отрезка и через точки деления провели прямые, параллельные основаниям. Наименьший и наибольший отрезки этих прямых, принадлежащие трапеции, равны 9 см и 11 см. Найдите основания трапеции.
124. Сторону BC треугольника ABC разделили на 3 равных отрезка и через точки деления провели прямые, параллельные стороне AC . Найдите отрезки этих прямых, принадлежащие треугольнику ABC , если наибольший из этих отрезков на 5 см меньше стороны AC .
125. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точка M пересечения медиан удалена от основания на 3 см. Найдите медиану треугольника ABC , проведённую к основанию.
126. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) медианы пересекаются в точке M . Найдите отрезок CM , если $AB = 12$ см.
127. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точка пересечения медиан удалена от основания на 6 см. Найдите расстояние от середины боковой стороны треугольника ABC до основания.
128. Отрезок AD — биссектриса треугольника ABC . Найдите:
- 1) отрезки BD и CD , если $AB = 10$ см, $AC = 12$ см, $BC = 11$ см;
 - 2) сторону AC , если $BD : DC = 4 : 9$, $AB = 16$ см;
 - 3) стороны AB и AC , если $AB + AC = 32$ см, $BD : DC = 5 : 3$.
129. Стороны треугольника равны 12 см, 14 см и 16 см. Окружность, центр которой принадлежит средней по длине стороне треугольника, касается двух других сторон. Найдите отрезки, на которые центр окружности делит сторону треугольника.
130. В треугольнике ABC $AB = 8$ см, $BC = 11$ см, $AC = 5$ см. В каком отношении центр окружности, вписанной в треугольник, делит его биссектрису CK ?

131. На медиане AD треугольника ABC отметили точку K так, что $AK : KD = 7 : 6$. В каком отношении прямая BK делит сторону AC ?
132. На сторонах AB и BC треугольника ABC отметили точки M и N соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O . В каком отношении точка O делит отрезок CM , если $AM : MB = 5 : 3$ и $CN : NB = 9 : 16$?

Подобные треугольники

133. Известно, что $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, причём стороне AB соответствует сторона A_1B_1 , а стороне BC — сторона B_1C_1 (рис. 103). Найдите неизвестные стороны этих треугольников (размеры сторон даны в сантиметрах).

Рис. 103

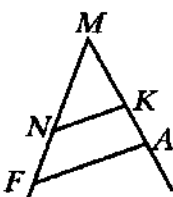
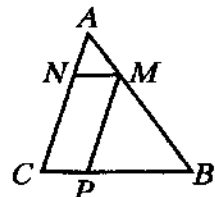
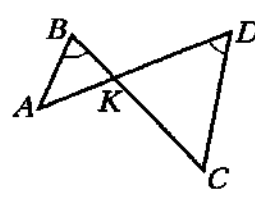


134. Стороны треугольника относятся как $7 : 5 : 9$. Найдите стороны подобного ему треугольника, если:
- 1) его периметр равен 42 см;
 - 2) его наибольшая сторона равна 27 см;
 - 3) сумма его наибольшей и наименьшей сторон равна 84 см.
135. Известно, что $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, причём $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$. Найдите стороны треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, если $AC + A_1C_1 = 56$ см и $AB : BC : AC = 2 : 3 : 4$.

136. Найдите подобные треугольники на рисунке 104, если известно, что $NK \parallel FA$. Запишите пропорции, начинающиеся с отношения:
- 1) $\frac{MK}{MN}$; 2) $\frac{MF}{MN}$.
137. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M . Большее основание AD трапеции равно 26 см, $MC = 9$ см, $CD = 4$ см. Найдите меньшее основание трапеции.
138. В треугольник ABC вписан параллелограмм $MNCP$ (рис. 105). Найдите сторону MP параллелограмма, если $AC = 10$ см, $BC = 12$ см, $PC = 3$ см.
139. В треугольник ABC вписан ромб $BDEF$ так, что угол B у них общий, а вершина E принадлежит стороне AC . Найдите сторону ромба, если $AB = 12$ см, $BC = 6$ см.
140. Сторона треугольника равна 10 см, а высота, проведённая к ней, — 7 см. В треугольник вписан прямоугольник, меньшая сторона которого принадлежит данной стороне треугольника. Найдите стороны прямоугольника, если они относятся как 4 : 7.

Первый признак подобия треугольников

141. На рисунке 106 $\angle ABC = \angle ADC$. Подобны ли треугольники ABK и CDK ? В случае положительного ответа укажите пары соответственных сторон.

Рис. 104	Рис. 105	Рис. 106
		

- 142.** На рисунке 107 $\angle ABD = \angle ACB$. Найдите на рисунке подобные треугольники и докажите их подобие.
- 143.** В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BK и CF (рис. 108). Докажите подобие треугольников CBK и DCF .

Рис. 107

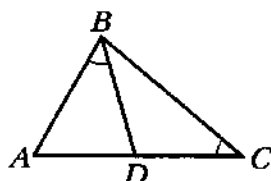
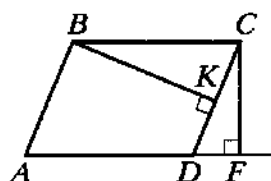
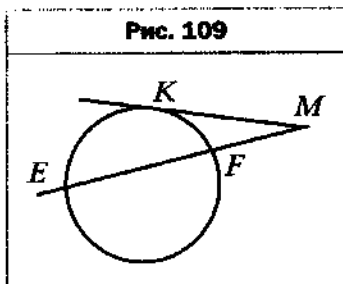


Рис. 108



- 144.** Стороны параллелограмма равны 15 см и 20 см, а расстояние между большими сторонами — 12 см. Найдите расстояние между меньшими сторонами параллелограмма.
- 145.** Периметр параллелограмма равен 44 см, а его высоты — 5 см и 6 см. Найдите стороны параллелограмма.
- 146.** Основания трапеции равны 6 см и 14 см, а одна из диагоналей — 20 см. Найдите отрезки, на которые точка пересечения диагоналей делит данную диагональ.
- 147.** В трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) M — точка пересечения диагоналей, $BM : MD = 1 : 3$. Найдите меньшее основание трапеции, если её средняя линия равна 8 см.
- 148.** На стороне BC треугольника ABC отметили точку K так, что $\angle CAK = \angle ABC$, $CK = 4$ см, $KB = 5$ см. Найдите сторону AC .
- 149.** Хорды PN и SF окружности пересекаются в точке M . Найдите отрезок MN , если $PM = 6$ см, $SM = 8$ см, $FM = 9$ см.
- 150.** Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке E , $AE = 4$ см, $BE = 9$ см, а отрезок CE в 4 раза меньше отрезка DE . Найдите отрезки CE и DE .
- 151.** Точка P удалена на 12 см от центра окружности радиуса 15 см. Через точку P проведена хорда длиной 18 см. Найдите отрезки, на которые точка P делит эту хорду.

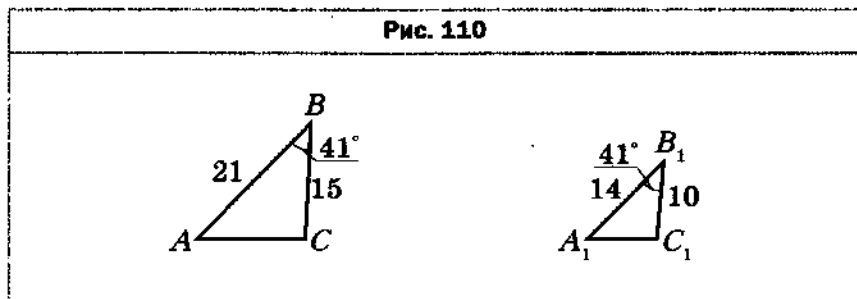
152. Через точку M проведены к окружности касательная MK (K — точка касания) и секущая ME , пересекающая окружность в точках E и F (рис. 109). Найдите отрезок MF , если $MK = 10$ см, $ME = 20$ см.



153. Через точку F проведены к окружности касательная FA (A — точка касания) и секущая, пересекающая окружность в точках B и C (точка B лежит между точками F и C). Найдите отрезок FB , если $AF = 24$ см и $FB : BC = 9 : 7$.

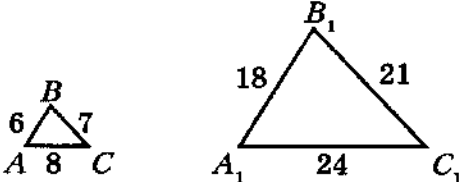
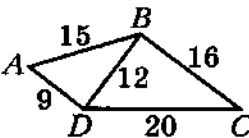
**Второй и третий признаки подобия
треугольников**

154. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, изображённые на рисунке 110, подобны (длины отрезков даны в сантиметрах).



155. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ известно, что $BC : A_1B_1 = AB : B_1C_1 = 0,4$, $\angle B = \angle B_1$. Найдите стороны AC и A_1C_1 , если их сумма равна 21 см.
156. В треугольнике ABC известно, что $AB = 24$ см, $BC = 18$ см. На стороне AB отложили отрезок BK , равный 16 см, а на стороне BC — отрезок BD , равный 12 см. Подобны ли треугольники ABC и KBD ?

157. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, изображённые на рисунке 111, подобны (длины отрезков даны в сантиметрах).
158. Подобны ли треугольники, если их стороны равны:
 1) 6 см, 10 см, 7 см и 30 см, 50 см, 35 см;
 2) 6 см, 15 см, 12 см и 12 см, 30 см, 26 см?
159. Подобны ли треугольники ABD и BDC , изображённые на рисунке 112 (длины отрезков даны в сантиметрах)?

Рис. 111	Рис. 112
	

160. Через вершины B и C треугольника ABC проведена окружность, пересекающая стороны AB и AC в точках M и N соответственно. Докажите, что треугольники ABC и MAN подобны. Найдите отрезки AM и MN , если $AB = 9$ см, $BC = 12$ см, $AC = 10$ см, $AN = 3$ см.
161. В треугольнике ABC на стороне AB отмечена точка K . Известно, что $BC = 15$ см, $\frac{AK}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{5}$. Найдите отрезок CK .
162. В треугольнике ABC проведена высота CH . Известно, что $AH = 4$ см, $HB = 9$ см, $CH = 6$ см. Докажите, что $\angle ACB = 90^\circ$.

**Метрические соотношения
в прямоугольном треугольнике**

163. Найдите высоту прямоугольного треугольника, проведённую из вершины прямого угла, если она делит гипотенузу на отрезки длиной 9 см и 25 см.

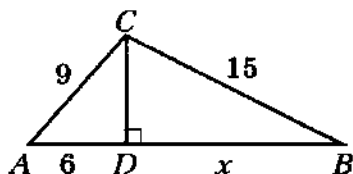
164. Высота прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, делит её на отрезки длиной 6 см и 24 см. Найдите катеты треугольника.
165. Катет прямоугольного треугольника равен 12 см, а его проекция на гипотенузу — 8 см. Найдите гипотенузу треугольника.
166. Найдите высоту и боковую сторону равнобокой трапеции, основания которой равны 12 см и 20 см, а диагонали перпендикулярны боковым сторонам.
167. Перпендикуляр, проведённый из точки пересечения диагоналей ромба к стороне, делит её на отрезки длиной 8 см и 18 см. Найдите диагонали ромба.
168. Точка касания окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, делит большую боковую сторону на отрезки длиной 5 см и 20 см. Найдите периметр трапеции.
169. Точка касания окружности, вписанной в равнобокую трапецию, делит боковую сторону на отрезки длиной 8 см и 50 см. Найдите радиус вписанной окружности и основания трапеции.
170. Дан отрезок длиной 1 см. Постройте отрезок длиной $\sqrt{6}$ см.

Теорема Пифагора

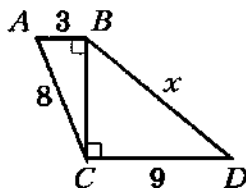
171. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если его катеты равны 10 см и 24 см.
172. Найдите катет прямоугольного треугольника, если его гипотенуза и второй катет соответственно равны 8 см и 2 см.
173. Сторона квадрата равна $5\sqrt{2}$ см. Найдите его диагональ.
174. Диагональ прямоугольника равна 50 см. Найдите стороны прямоугольника, если их длины относятся как 7 : 24.
175. Основание равнобедренного треугольника равно 10 см, а высота, проведённая к основанию, — 8 см. Найдите боковую сторону треугольника.

176. Сторона ромба равна 17 см, а одна из его диагоналей — 16 см. Найдите вторую диагональ ромба.
177. Две стороны прямоугольного треугольника равны 7 см и 10 см. Найдите третью сторону треугольника. Сколько решений имеет задача?
178. Найдите длину неизвестного отрезка x на рисунке 113 (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 113



а

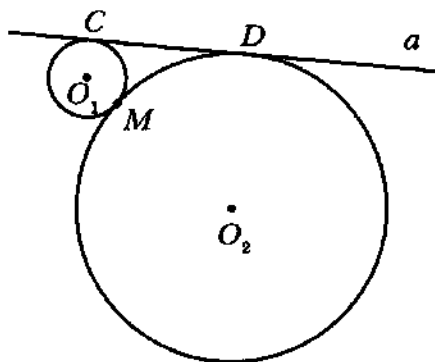


б

179. Диагональ равнобокой трапеции равна 15 см, а средняя линия — 4 см. Найдите высоту трапеции.
180. В равнобокой трапеции $ABCD$ боковая сторона равна 10 см, а высота BF делит основание AD на отрезки, меньший из которых равен 6 см. Найдите большее основание трапеции, если её диагональ равна 17 см.
181. Катеты прямоугольного треугольника относятся как $12 : 5$, а гипотенуза равна 39 см. Найдите катеты треугольника.
182. Боковая сторона равнобедренного треугольника относится к высоте, проведённой к основанию, как $5 : 4$. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 48 см.
183. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 25 см, а один из катетов — 7 см. Найдите медиану треугольника, проведённую к другому катету.
184. В треугольнике ABC известно, что $AC = 13$ см, $BC = 20$ см, а высота CD равна 12 см. Найдите сторону AB треугольника. Сколько решений имеет задача?

185. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) проведена высота CH . Известно, что $AH = 5$ см, $BH = 15$ см. Найдите основание BC треугольника. Сколько решений имеет задача?
186. Из точки к прямой проведены две наклонные. Одна из них образует с прямой угол 45° , а её проекция на эту прямую равна $11\sqrt{2}$ см. Найдите длину второй наклонной, если её проекция на эту прямую равна $\sqrt{82}$ см.
187. Из точки к прямой проведены две наклонные, проекции которых на эту прямую равны 3 см и 7 см. Найдите расстояние от точки до данной прямой, если сумма наклонных равна 28 см.
188. В равнобокую трапецию вписана окружность. Найдите радиус этой окружности, если сумма оснований трапеции равна 50 см, а разность оснований — 14 см.
189. Две окружности, радиусы которых равны 2 см и 8 см, имеют одну общую точку M (рис. 114). Прямая a касается этих окружностей в точках C и D . Найдите отрезок CD .

Рис. 114



190. Точки A и B лежат в разных полуплоскостях относительно прямой m . Из этих точек к прямой m проведены перпендикуляры AC и BD . Найдите отрезок CD , если $AC = 3$ см, $BD = 9$ см, $AB = 15$ см.

- 191.** Биссектриса острого угла прямоугольного треугольника делит один из катетов на отрезки длиной 15 см и 25 см. Найдите периметр треугольника.
- 192.** Постройте отрезок x , если $x = \sqrt{9a^2 - b^2}$, где a и b — длины данных отрезков ($a > b$).

Тригонометрические функции острого угла
прямоугольного треугольника

- 193.** Постройте угол:
- 1) косинус которого равен $\frac{2}{5}$;
 - 2) тангенс которого равен $\frac{4}{7}$.
- 194.** Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника соответственно равны 7 см и 25 см. Найдите:
- 1) синус угла, противолежащего большему катету;
 - 2) косинус угла, противолежащего большему катету;
 - 3) тангенс угла, прилежащего к меньшему катету.
- 195.** Найдите значение выражения:
- 1) $\operatorname{tg}^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ$;
 - 2) $2\cos^2 30^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ$.
- 196.** Найдите $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.
- 197.** Найдите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ и $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = 4$.
- 198.** Основание равнобедренного треугольника равно 16 см, а высота, проведённая к основанию, — 15 см. Найдите косинус угла при основании треугольника.
- 199.** В равнобокой трапеции $ABCD$ известно, что $AB = CD = 10$ см, $BC = 7$ см, $AD = 17$ см. Найдите углы трапеции.

Решение прямоугольных треугольников

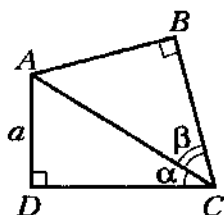
- 200.** Найдите неизвестные стороны прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$), если:
- 1) $AC = 6$ см, $\sin B = \frac{1}{4}$;
 - 3) $AB = 2$ см, $\operatorname{ctg} A = 3$;
 - 2) $BC = 4$ см, $\sin B = \frac{1}{3}$;
 - 4) $AC = 5$ см, $\cos A = \frac{3}{7}$;

5) $BC = 3$ см, $\cos A = \frac{3}{5}$;

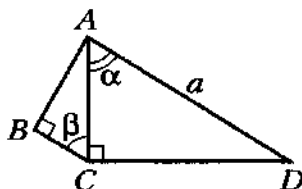
6) $AB = 10$ см, $\operatorname{tg} B = 2$.

201. Решите прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90^\circ$) по известным элементам:
- 1) $AB = 8$ см, $\angle A = 44^\circ$;
 - 2) $AC = 12$ см, $\angle A = 57^\circ$;
 - 3) $AB = 14$ см, $AC = 8$ см;
 - 4) $AC = 14$ см, $BC = 8$ см.
202. В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AB = BC = 10$ см, $\angle B = 64^\circ$. Найдите сторону AC и высоту BD треугольника.
203. Из точки, находящейся на расстоянии 16 см от прямой, проведены две наклонные, образующие с этой прямой углы 30° и 60° . Найдите длины наклонных.
204. Из точки, находящейся на расстоянии 20 см от прямой, проведены две наклонные, образующие с прямой углы 60° и 45° . Найдите расстояние между основаниями наклонных. Сколько решений имеет задача?
205. Сторона BC прямоугольника $ABCD$ равна b и образует с диагональю AC угол α . Найдите неизвестную сторону и диагональ прямоугольника.
206. Большая диагональ ромба равна b , а тупой угол ромба равен β . Найдите сторону ромба и его меньшую диагональ.
207. Используя данные рисунка 115, найдите отрезки AB и BC .

Рис. 115



а



б

- 208.** В равнобокой трапеции $ABCD$ основание AD равно 10 см, боковая сторона CD — $3\sqrt{2}$ см, а угол между боковой стороной и основанием AD равен 45° . Найдите диагональ трапеции.
- 209.** В прямоугольном треугольнике ABC (рис. 116) $\angle C = 90^\circ$, $AB = b$, $\angle BAC = \beta$, $\angle FBC = \alpha$. Найдите отрезок AF .
- 210.** В трапеции $ABCD$ (рис. 117) $AD = 14$ см, $DC = 2\sqrt{6}$ см, $\angle A = 30^\circ$, $\angle D = 135^\circ$. Найдите основание BC трапеции.

Рис. 116

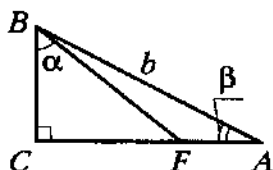
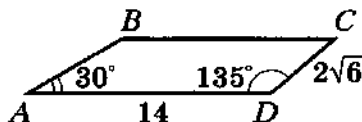


Рис. 117



Многоугольники

- 211.** Найдите сумму углов выпуклого одиннадцатиугольника.
- 212.** Существует ли выпуклый многоугольник, сумма углов которого равна: 1) 1260° ; 2) 1780° ?
- 213.** Может ли наименьший угол выпуклого семиугольника быть равным 130° ?
- 214.** Сколько диагоналей можно провести в десятиугольнике?
- 215.** В выпуклом многоугольнике сумма углов равна 2700° . Найдите количество его сторон и диагоналей.
- 216.** В выпуклом многоугольнике 27 диагоналей. Найдите количество его сторон и сумму углов.
- 217.** Все стороны десятиугольника, вписанного в окружность, равны. Найдите его углы.
- 218.** Все углы пятиугольника, описанного около окружности, равны, а его периметр равен 60 см. Найдите стороны пятиугольника.

- 219.** Серединные перпендикуляры шести сторон семиугольника пересекаются в одной точке. Докажите, что около этого семиугольника можно описать окружность.
- 220.** Биссектрисы четырёх углов пятиугольника пересекаются в одной точке. Докажите, что в этот пятиугольник можно вписать окружность.

Понятие площади многоугольника.

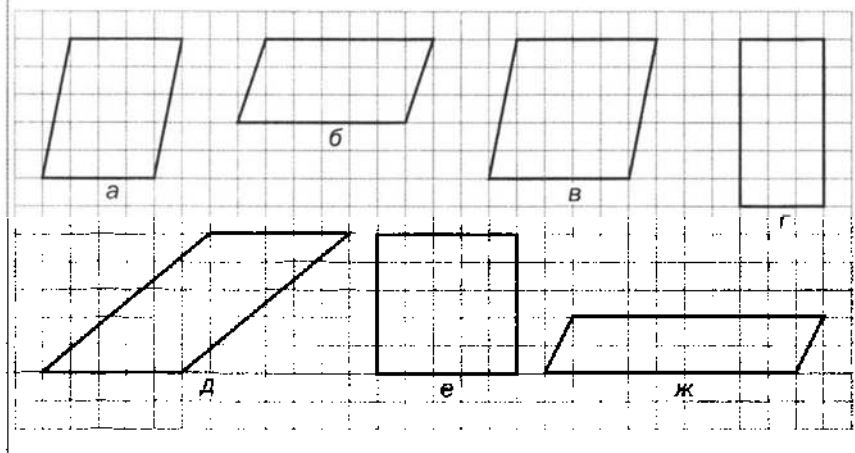
Площадь прямоугольника

- 221.** Сторона прямоугольника равна 10 см и образует с диагональю угол 60° . Найдите площадь прямоугольника.
- 222.** Площадь прямоугольника равна 96 см^2 . Найдите его стороны, если они относятся как 3 : 8.
- 223.** Площадь прямоугольника равна 54 см^2 . Найдите его стороны, если одна из них на 3 см меньше другой.
- 224.** Квадрат и прямоугольник равновелики. Сторона квадрата равна 18 см, а одна из сторон прямоугольника в 9 раз меньше другой. Найдите стороны прямоугольника.
- 225.** Найдите радиус окружности, описанной около квадрата, площадь которого равна 50 см^2 .
- 226.** Как изменится площадь квадрата, если его сторону:
1) уменьшить в 3 раза; 2) увеличить в a раз?
- 227.** Как изменится площадь прямоугольника, если:
1) одну из его сторон уменьшить в 6 раз;
2) одну сторону увеличить в 3 раза, а другую — в 5 раз;
3) одну сторону уменьшить в $\sqrt{3}$ раз, а другую увеличить в $\sqrt{12}$ раз?
- 228.** Биссектриса угла прямоугольника делит одну из его сторон на отрезки длиной 3 см и 8 см. Найдите площадь прямоугольника. Сколько решений имеет задача?
- 229.** Биссектриса угла прямоугольника делит его диагональ на отрезки длиной 3 см и 6 см. Найдите площадь прямоугольника.
- 230.** Стороны двух данных квадратов равны a и b . Постройте квадрат, площадь которого равна $4a^2 + b^2$.

Площадь параллелограмма

- 231.** Найдите площадь параллелограмма, сторона которого равна 12 см, а высота, проведённая к ней, — 8 см.
- 232.** Какие из параллелограммов, изображённых на рисунке 118, равновелики?

Рис. 118



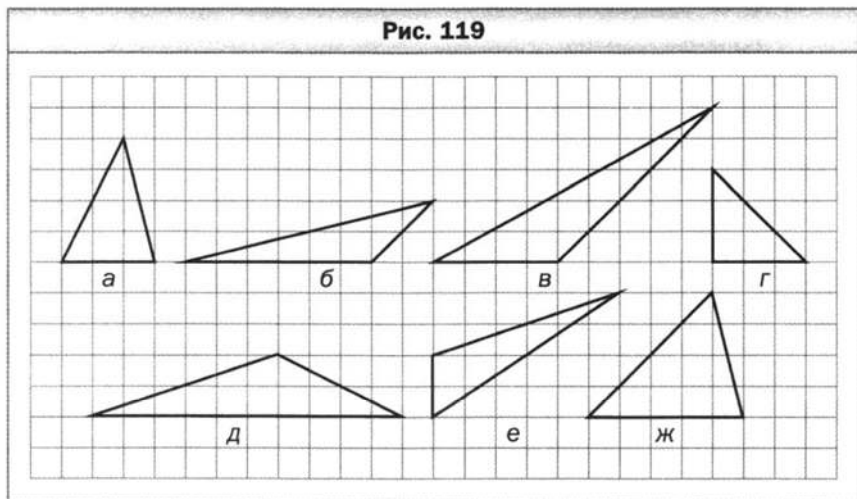
- 233.** Площадь параллелограмма равна 96 см^2 , одна из его сторон — 4 см, а высота, проведённая к соседней стороне, — 8 см. Найдите неизвестные сторону и высоту параллелограмма.
- 234.** Стороны параллелограмма равны 10 см и 12 см, а одна из его высот — 6 см. Найдите вторую высоту параллелограмма. Сколько решений имеет задача?
- 235.** Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны 25 см и 7 см, а одна из диагоналей перпендикулярна меньшей стороне.
- 236.** Стороны параллелограмма равны 6 см и 14 см, а его острый угол равен 45° . Найдите площадь параллелограмма.
- 237.** Высота, проведённая из вершины тупого угла ромба, делит сторону на отрезки длиной 8 см и 12 см, считая от вершины тупого угла. Найдите площадь ромба.

- 238.** Перпендикуляр, проведённый из точки пересечения диагоналей ромба к его стороне, делит её на отрезки длиной 3 см и 12 см. Найдите площадь ромба.

Площадь треугольника

- 239.** Сторона треугольника равна 16 см, а высота, проведённая к ней, — 3,5 см. Найдите площадь треугольника.
- 240.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, катеты которого равны 5 см и 14 см.
- 241.** Площадь треугольника равна 92 см^2 , а одна из его сторон — 4 см. Найдите высоту треугольника, проведённую к этой стороне.
- 242.** Какие из треугольников, изображённых на рисунке 119, равновелики?

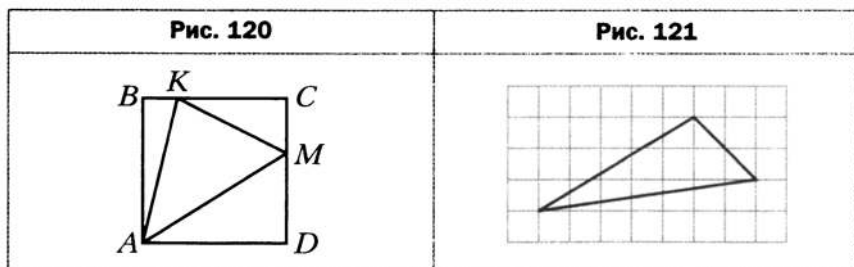
Рис. 119



- 243.** Найдите площадь равнобедренного треугольника, основание которого равно 16 см, а боковая сторона — 10 см.
- 244.** Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 6 см и 5 см, а угол между ними равен: 1) 60° ; 2) 135° .
- 245.** Сторона квадрата $ABCD$ равна 10 см. На его сторонах BC и CD отмечены точки K и M так, что $BK = 2 \text{ см}$,

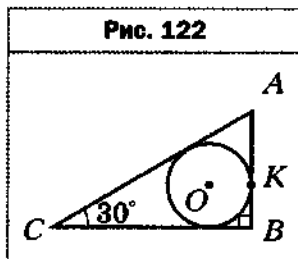
$DM = 6$ см (рис. 120). Найдите площадь треугольника AKM .

246. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке 121, если длина стороны клетки равна единице длины.



247. В треугольнике ABC известно, что $AC : CB = 2 : 5$. Найдите отношение высот треугольника, проведённых из вершин A и B .
248. Катеты прямоугольного треугольника равны 8 см и 15 см. Найдите высоту треугольника, проведённую к гипотенузе.
249. Высота AH равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) делит сторону BC на отрезки $BH = 24$ см и $HC = 1$ см. Найдите площадь треугольника ABC .
250. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34 см. Найдите площадь треугольника, если отношение его основания к высоте, проведённой к основанию, равно $16 : 15$.
251. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 34 см, а один из катетов больше другого на 14 см.
252. Найдите площадь ромба, диагонали которого равны 12 см и 7 см.
253. Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна 8 см.
254. Найдите площадь ромба, сторона которого равна 20 см, а разность диагоналей — 8 см.
255. Найдите площадь ромба, если его диагонали относятся как $5 : 12$, а высота равна 60 см.

- 256.** Перпендикуляр, проведённый из середины основания равнобедренного треугольника к боковой стороне, делит её на отрезки длиной 9 см и 16 см. Найдите площадь треугольника.
- 257.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 35 см, а радиус вписанной окружности — 7 см.
- 258.** В прямоугольный треугольник ABC ($\angle B = 90^\circ$) вписана окружность с центром O (рис. 122), K — точка касания окружности со стороной AB . Найдите площадь треугольника ABC , если $BK = 4\sqrt{3}$ см, $\angle C = 30^\circ$.
- 259.** Площадь треугольника ABC равна 42 см^2 . Точка K делит сторону AC в отношении 2 : 5, считая от точки A . Найдите площади треугольников ABK и KBC .
- 260.** Точка E делит медиану BM треугольника ABC в отношении 1 : 3, считая от точки B . Найдите отношение площадей треугольников: 1) BCM и ABE ; 2) AEM и ABC .
- 261.** В треугольнике ABC известно, что $AC = 10$ см, $BC = 12$ см, отрезок CK — биссектриса треугольника. Найдите отношение площадей треугольников ACK и BCK .
- 262.** Через вершину треугольника проведите прямую так, чтобы она разбила его на два треугольника, площади которых относятся как 4 : 1.

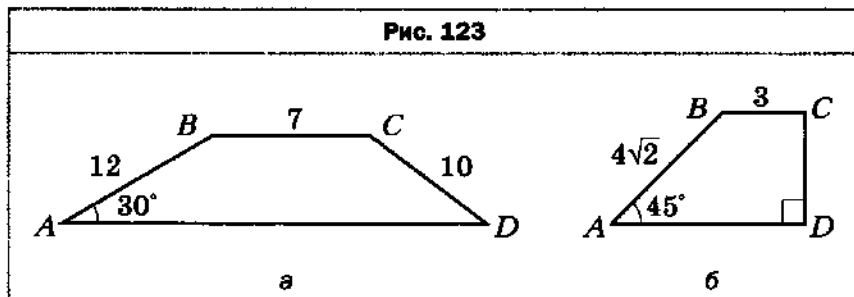


Площадь трапеции

- 263.** Найдите площадь трапеции, основания которой равны 10 см и 14 см, а высота — 5 см.
- 264.** Площадь трапеции равна 98 см^2 , одно из оснований — 12 см, а высота — 7 см. Найдите другое основание трапеции.
- 265.** Площадь трапеции равна 50 см^2 , а её высота — 5 см. Найдите основания трапеции, если одно из них в 4 раза больше другого.

266. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 7 см и 9 см, а боковая сторона равна 6 см и образует с большим основанием угол 45° .
267. Основания равнобокой трапеции равны 30 см и 40 см, а диагональ — 37 см. Найдите площадь трапеции.
268. Найдите площадь равнобокой трапеции, меньшее основание которой равно 10 см, боковая сторона — 6 см, а угол при меньшем основании — 120° .
269. Найдите площадь трапеции $ABCD$, изображённой на рисунке 123 (длины отрезков даны в сантиметрах).

Рис. 123



270. Основания прямоугольной трапеции равны 6 см и 10 см. Найдите площадь трапеции, если её меньшая диагональ является биссектрисой прямого угла трапеции.
271. Найдите площадь равнобокой трапеции, основания которой равны 6 см и 26 см, а диагонали делят её тупые углы пополам.
272. Разность оснований прямоугольной трапеции равна 16 см, а разность боковых сторон — 8 см. Найдите площадь трапеции, если её меньшая диагональ равна 15 см.
273. Найдите площадь трапеции, основания которой равны 8 см и 18 см, а углы при большем основании — 30° и 60° .
274. Точка касания окружности, вписанной в равнобокую трапецию, делит её боковую сторону на отрезки длиной 9 см и 16 см. Найдите площадь трапеции.
275. Меньшая боковая сторона прямоугольной трапеции равна 30 см. Точка касания окружности, вписанной

в трапецию, делит её большую боковую сторону на отрезки, длины которых относятся как 1 : 9. Найдите площадь трапеции.

- 276.** Найдите площадь равнобокой трапеции, диагонали которой перпендикулярны, а средняя линия трапеции равна 6 см.
- 277.** Площадь равнобокой трапеции равна 225 см^2 , а её диагонали перпендикулярны. Найдите среднюю линию трапеции.

Контрольные работы

Вариант 1

Контрольная работа № 1

Тема. Параллелограмм и его виды

1. Одна из сторон параллелограмма на 6 см больше другой, а его периметр равен 48 см. Найдите стороны параллелограмма.
2. В прямоугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O , $AB = 9$ см, $AC = 16$ см. Найдите периметр треугольника COD .
3. Один из углов ромба равен 72° . Найдите углы, которые образует сторона ромба с его диагоналями.
4. На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ отметили точки E и F так, что $\angle BCE = \angle DAF$ (точка E лежит между точками B и F). Докажите, что $CE = AF$.
5. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке E . Отрезок BE больше отрезка EC в 3 раза. Найдите периметр параллелограмма, если $BC = 12$ см.
6. Прямая проходит через середину диагонали AC параллелограмма $ABCD$ и пересекает стороны BC и AD в точках M и K соответственно. Докажите, что четырёхугольник $AMCK$ — параллелограмм.

Контрольная работа № 2

Тема. Средняя линия треугольника. Трапеция.

Вписанные и описанные четырёхугольники

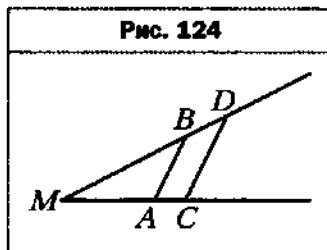
1. Найдите периметр треугольника, если его средние линии равны 6 см, 9 см и 10 см.
2. Основания трапеции относятся как 3 : 5, а средняя линия равна 32 см. Найдите основания трапеции.

3. Боковые стороны трапеции равны 7 см и 12 см. Чему равен периметр трапеции, если в неё можно вписать окружность?
4. Основания равнобокой трапеции равны 3 см и 7 см, а диагональ делит тупой угол трапеции пополам. Найдите периметр трапеции.
5. Найдите углы четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, если $\angle ADB = 43^\circ$, $\angle ACD = 37^\circ$, $\angle CAD = 22^\circ$.
6. Высота равнобокой трапеции равна 9 см, а её диагонали перпендикулярны. Найдите периметр трапеции, если её боковая сторона равна 12 см.

Контрольная работа № 3

Тема. Теорема Фалеса. Подобие треугольников

1. На рисунке 124 $AB \parallel CD$, $MA = 12$ см, $AC = 4$ см, $BD = 6$ см. Найдите отрезок MB .
2. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны, причём сторонам AB и BC соответствуют стороны A_1B_1 и B_1C_1 . Найдите неизвестные стороны этих треугольников, если $AB = 8$ см, $BC = 10$ см, $A_1B_1 = 4$ см, $A_1C_1 = 6$ см.
3. Отрезок AK — биссектриса треугольника ABC , $AB = 12$ см, $BK = 8$ см, $CK = 18$ см. Найдите сторону AC .
4. На стороне BC треугольника ABC отметили точку M так, что $BM : MC = 2 : 9$. Через точку M провели прямую, которая параллельна стороне AC треугольника и пересекает сторону AB в точке K . Найдите сторону AC , если $MK = 18$ см.
5. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O , $BC : AD = 3 : 5$, $BD = 24$ см. Найдите отрезки BO и OD .



6. Через точку M , находящуюся на расстоянии 15 см от центра окружности радиусом 17 см, проведена хорда, которая делится точкой M на отрезки, длины которых относятся как 1 : 4. Найдите длину этой хорды.

Контрольная работа № 4

Тема. Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора

1. Высота прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, делит её на отрезки длиной 9 см и 16 см. Найдите меньший катет треугольника.
2. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 13 см, а один из катетов — 12 см. Найдите периметр треугольника.
3. Диагонали ромба равны 12 см и 16 см. Найдите сторону ромба.
4. Высота BM равнобедренного треугольника ABC ($AB = AC$) делит сторону AC на отрезки $AM = 15$ см и $CM = 2$ см. Найдите основание треугольника ABC .
5. Из точки к прямой проведены две наклонные, проекции которых на прямую равны 9 см и 16 см. Найдите расстояние от точки до прямой, если одна из наклонных на 5 см больше другой.
6. Окружность, вписанная в прямоугольную трапецию, делит точкой касания большую боковую сторону на отрезки длиной 4 см и 25 см. Найдите высоту трапеции.

Контрольная работа № 5

Тема. Тригонометрические функции острого угла прямоугольного треугольника.

Решение прямоугольных треугольников

1. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $AB = 25$ см, $BC = 20$ см. Найдите:
1) $\cos B$; 2) $\operatorname{tg} A$.

2. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) известно, что $AB = 15$ см, $\sin A = 0,6$. Найдите катет BC .
3. Найдите значение выражения $\sin^2 16^\circ + \cos^2 16^\circ - \sin^2 60^\circ$.
4. Основание равнобедренного треугольника равно 12 см, а высота, проведённая к основанию, — 8 см. Найдите синус, косинус, тангенс и котангенс угла при основании треугольника.
5. Высота BD треугольника ABC делит сторону AC на отрезки AD и CD , $BC = 6$ см, $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBD = 45^\circ$. Найдите отрезок AD .
6. Диагональ равнобокой трапеции перпендикулярна боковой стороне и образует с основанием трапеции угол α . Найдите высоту трапеции, если радиус окружности, описанной около трапеции, равен R .

Контрольная работа № 6

Тема. Многоугольники. Площадь многоугольника

1. Чему равна сумма углов выпуклого четырнадцатиугольника?
2. Площадь параллелограмма равна 84 см², а одна из его сторон — 12 см. Найдите высоту параллелограмма, проведённую к этой стороне.
3. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 15 см, а высота, проведённая к основанию, — 9 см. Найдите площадь треугольника.
4. Найдите площадь ромба, сторона которого равна 26 см, а одна из диагоналей на 28 см больше другой.
5. Боковая сторона равнобокой трапеции равна $10\sqrt{2}$ см и образует с основанием угол 45° . Найдите площадь трапеции, если в неё можно вписать окружность.
6. Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника делит гипотенузу на отрезки длиной 15 см и 20 см. Найдите площадь треугольника.

Контрольная работа № 7

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся
за курс 8 класса

1. Найдите углы параллелограмма, если один из них на 26° больше другого.
2. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M . Меньшее основание BC равно 5 см, $BM = 6$ см, $AB = 12$ см. Найдите большее основание трапеции.
3. Высота AM треугольника ABC делит его сторону BC на отрезки BM и MC . Найдите сторону AC , если $AB = 10\sqrt{2}$ см, $MC = 24$ см, $\angle B = 45^\circ$.
4. Основания равнобокой трапеции равны 12 см и 20 см, а диагональ является биссектрисой её тупого угла. Найдите площадь трапеции.
5. Перпендикуляр, опущенный из точки окружности на её диаметр, делит его на два отрезка, один из которых на 27 см больше другого. Найдите радиус окружности, если длина данного перпендикуляра равна 18 см.

Вариант 2

Контрольная работа № 1

Тема. Параллелограмм и его виды

1. Одна из сторон параллелограмма в 5 раз больше другой, а его периметр равен 36 см. Найдите стороны параллелограмма.
2. В прямоугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O , $AD = 14$ см, $BD = 18$ см. Найдите периметр треугольника BOC .
3. Сторона ромба образует с одной из его диагоналей угол 68° . Найдите углы ромба.
4. На диагонали AC параллелограмма $ABCD$ отметили точки P и K так, что $AP = CK$ (точка P лежит между точками A и K). Докажите, что $\angle ADP = \angle CBK$.
5. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла D пересекает сторону AB в точке P . Отрезок AP меньше отрезка BP в 6 раз. Найдите периметр параллелограмма, если $AB = 14$ см.
6. Прямая, пересекающая диагональ BD параллелограмма $ABCD$ в точке E , пересекает его стороны AB и CD в точках M и K соответственно, причём $ME = KE$. Докажите, что четырёхугольник $BKDM$ — параллелограмм.

Контрольная работа № 2

Тема. Средняя линия треугольника. Трапеция.

Вписанные и описанные четырёхугольники

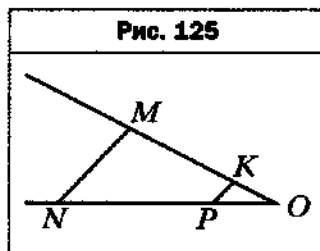
1. Стороны треугольника равны 10 см, 12 см и 14 см. Найдите периметр треугольника, вершины которого — середины сторон данного треугольника.
2. Основания трапеции относятся как 4 : 7, а средняя линия равна 44 см. Найдите основания трапеции.
3. Основания трапеции равны 6 см и 12 см. Чему равен периметр трапеции, если в неё можно вписать окружность?

- Основания равнобокой трапеции равны 8 см и 10 см, а диагональ делит острый угол трапеции пополам. Найдите периметр трапеции.
- Найдите углы четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, если $\angle CBD = 48^\circ$, $\angle ACD = 34^\circ$, $\angle BDC = 64^\circ$.
- Высота равнобокой трапеции равна 10 см, а её диагонали перпендикулярны. Найдите боковую сторону трапеции, если её периметр равен 48 см.

Контрольная работа № 3

Тема. Теорема Фалеса. Подобие треугольников

- На рисунке 125 $MN \parallel KP$, $NP = 20$ см, $PO = 8$ см, $MK = 15$ см. Найдите отрезок KO .
- Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны, причём сторонам AB и BC соответствуют стороны A_1B_1 и B_1C_1 . Найдите неизвестные стороны этих треугольников, если $BC = 5$ см, $AB = 6$ см, $B_1C_1 = 15$ см, $A_1C_1 = 21$ см.
- Отрезок CD — биссектриса треугольника ABC , $AC = 12$ см, $BC = 18$ см, $AD = 10$ см. Найдите отрезок BD .
- На стороне AB треугольника ABC отметили точку E так, что $AE : BE = 3 : 4$. Через точку E провели прямую, которая параллельна стороне AC треугольника и пересекает сторону BC в точке F . Найдите отрезок EF , если $AC = 28$ см.
- В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O , $BO : OD = 2 : 3$, $AC = 25$ см. Найдите отрезки AO и OC .
- Через точку P , лежащую внутри окружности, проведена хорда, которая делится точкой P на отрезки, длины которых равны 4 см и 5 см. Найдите расстояние от точки P до центра окружности, если её радиус равен 6 см.



Контрольная работа № 4

Тема. Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора

1. Катет прямоугольного треугольника равен 30 см, а его проекция на гипотенузу — 18 см. Найдите гипотенузу треугольника.
2. В прямоугольном треугольнике катеты равны 8 см и 15 см. Найдите периметр треугольника.
3. Сторона ромба равна 10 см, а одна из диагоналей — 16 см. Найдите вторую диагональ ромба.
4. Высота AK остроугольного равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) равна 12 см, а $KB = 9$ см. Найдите основание треугольника ABC .
5. Из точки к прямой проведены две наклонные, длины которых равны 13 см и 15 см. Найдите расстояние от точки до прямой, если разность проекций наклонных на эту прямую равна 4 см.
6. Окружность, вписанная в равнобокую трапецию, делит точкой касания боковую сторону на отрезки длиной 2 см и 32 см. Найдите высоту трапеции.

Контрольная работа № 5

Тема. Тригонометрические функции острого угла прямоугольного треугольника.

Решение прямоугольных треугольников

1. В треугольнике ABC известно, что $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$ см, $BC = 6$ см. Найдите:
1) $\operatorname{ctg} B$; 2) $\sin A$.
2. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) известно, что $AC = 12$ см, $\operatorname{tg} A = 0,8$. Найдите катет BC .
3. Найдите значение выражения $\cos^2 30^\circ + \sin^2 52^\circ + \cos^2 52^\circ$.
4. Основание равнобедренного треугольника равно 10 см, а боковая сторона — 13 см. Найдите синус, косинус, тангенс и котангенс угла между боковой стороной треугольника и высотой, проведённой к его основанию.

5. Высота BD треугольника ABC делит сторону AC на отрезки AD и CD , $AB = 12$ см, $\angle A = 60^\circ$, $\angle CBD = 30^\circ$. Найдите отрезок CD .
6. Диагональ равнобокой трапеции перпендикулярна боковой стороне, а угол между боковой стороной и большим основанием трапеции равен α . Найдите радиус окружности, описанной около трапеции, если её высота равна h .

Контрольная работа № 6

Тема. Многоугольники. Площадь многоугольника

1. Чему равна сумма углов выпуклого восемнадцатиугольника?
2. Площадь параллелограмма равна 98 см^2 , а одна из его высот — 14 см. Найдите сторону параллелограмма, к которой проведена эта высота.
3. Основание равнобедренного треугольника равно 16 см, а боковая сторона — 17 см. Найдите площадь треугольника.
4. Найдите площадь ромба, сторона которого равна 50 см, а разность диагоналей — 20 см.
5. Боковая сторона равнобокой трапеции образует с основанием угол 60° , а высота трапеции равна $6\sqrt{3}$ см. Найдите площадь трапеции, если в неё можно вписать окружность.
6. Биссектриса острого угла прямоугольного треугольника делит катет на отрезки длиной 6 см и 10 см. Найдите площадь треугольника.

Контрольная работа № 7

Тема. Обобщение и систематизация знаний учащихся за курс 8 класса

1. Найдите углы параллелограмма, если один из них на 32° меньше другого.

2. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке E . Большее основание AD равно 12 см, $DE = 16$ см, $CD = 10$ см. Найдите меньшее основание трапеции.
3. Высота DE треугольника CDF делит его сторону CF на отрезки CE и EF . Найдите сторону CD , если $EF = 8$ см, $DF = 17$ см, $\angle C = 60^\circ$.
4. Основания равнобокой трапеции равны 12 см и 18 см, а диагональ является биссектрисой её острого угла. Найдите площадь трапеции.
5. Перпендикуляр, опущенный из точки окружности на её диаметр, делит его на два отрезка, разность которых равна 21 см. Найдите радиус окружности, если длина данного перпендикуляра равна 10 см.

Содержание

От авторов	3
Упражнения	4
Вариант 1	4
Вариант 2	37
Вариант 3	69
Контрольные работы	102
Вариант 1	102
Вариант 2	107